



II SIMPOSIO  
DE EDUCACIÓN  
MATEMÁTICA  
VIRTUAL

# Memorias

“Educación Matemática enriquecida  
por Interdisciplinariedad con la Tecnología”

-Inteligencia Creativa al Servicio de la Educación y el Aprendizaje-

Tomo II

Comunicaciones  
Breves

MAYO'2021

II SEM-V Simposio de Educación Matemática-Virtual

II SEM-V Simposio de Educación Matemática-Virtual, Educación Matemática enriquecida por Interdisciplinariedad con la Tecnología : tomo II : comunicaciones breves / compilación de Jorge E. Sagula ; Diego O. Agudo. - 1a ed. - Luján : EdUnLu, 2021.

Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online

ISBN 978-987-3941-67-2

1. Matemática. I. Sagula, Jorge E., comp. II. Agudo, Diego O., comp. III. Título.  
CDD 510.72

ISBN 978-987-3941-67-2





II SIMPOSIO  
DE EDUCACIÓN  
MATEMÁTICA  
VIRTUAL

## **Memorias del II SEM-V**

**Mayo'2021**

Editor Científico: Jorge E. SAGULA

Compilador: Jorge E. SAGULA

Editor Gráfico: Diego O. AGUDO



II SIMPOSIO  
DE EDUCACIÓN  
MATEMÁTICA  
VIRTUAL

## Índice Modalidad / Índice Temático

### Índice Modalidad

**CA:** Contexto Abierto

**GTD:** Grupo de Trabajo-Discusión

### Índice Temático

**CJ:** Creatividad y Juegos en Educación Matemática

**DMC:** Didáctica Matemática Computacional

**EE:** Educación Estadística

**EMHM:** Enseñanza de Matemática desde Historia de la Matemática

**EPEM:** Enseñanza por Proyectos en Educación Matemática

**IDM:** Ingeniería Didáctica en Matemática

**OM:** Ontologías en Matemática

**TEM:** Tecnología en Educación Matemática

**VEM:** Valuación y Evaluación Matemática



## Índice de Comunicaciones Breves

### Página 1

**CA-DMC-1:** Un recurso educativo en la aplicación móvil de GeoGebra para el estudio de Serie y Polinomio de Taylor  
Viviana COSTA - Agustina BAYÉS

### Página 7

**CA-EMFP-1:** Oportunidades para la Formación Continuada de Profesores de Matemáticas  
Diana Milena ESCOBAR FRANCO - Lucía ZAPATA-CARDONA

### Página 13

**CA-EMFP-2:** El impacto de la Tecnología en la Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática  
Maximiliano LABORDA CAFFARONE

### Página 19

**CA-EMHM-1:** Entre el consenso y el desconocimiento sobre la Historia de la Matemática en la Enseñanza  
Carlos DÍAZ SERRUCHE

### Página 24

**CA-EMHM-2:** Un Análisis Histórico de los Libros de Texto de 1º y 2º de Secundaria de la Conaliteg  
Diana Carolina PINEDA PÉREZ - Gabriel KANTÚN MONTIEL

### Página 29

**CA-EPEM-1:** Enseñanza por proyectos en Educación Matemática: Se puede mejorar  
Flavia FANELLO - Beatriz FUERTES

### Página 35

**CA-IDM-1:** Una Ingeniería Didáctica en el Cálculo Diferencial  
Betina WILLINER - Adriana ENGLER

### Página 42

**CA-OM-1:** Uso de Registros de Representación Semiótica en Actividades Matemáticas  
María Lorena GUGLIELMONE - Martín Mauricio PÉREZ

### Página 48

**CA-TEM-1:** Objeto Educativo como propuesta de Ensino e Aprendizagem para a Geometria Espacial  
Danielle dos SANTOS RODRIGUES - Carmen Teresa KAIBER

### Página 54

**CA-VEM-1:** Aprendizado mútuo: relatos de um curso de extensão intitulado: como avaliar em Matemática partindo do Paradigma da Complexidade  
Vagner Euzébio BASTOS - Norberto BOGGINO



II SIMPOSIO  
DE EDUCACIÓN  
MATEMÁTICA  
VIRTUAL

## Índice de Comunicaciones Breves

### Página 59

**GTD-3-CJ-01:** Aplicações da Criptografia para o desenvolvimento de Conhecimentos Matemáticos

Bárbara Elisa KRANZ - Clarissa de Assis OLGIN

### Página 67

**GTD-3-CJ-02:** Uma proposta de Formação de Professores que ensinam Matemática: o uso de jogos como Estratégia para a Aprendizagem Significativa

Helcio SOARES PADILHA Junior - Ursula Tatiana TIMM

### Página 71

**GTD-3-CJ-03:** A Modelagem a partir de Jogos Didáticos

Agostinho Iaquan RYOKITI HOMA

### Página 78

**GTD-3-CJ-04:** Atividades lúdicas e jogos na Educação Matemática

Joseane MARQUES FLORES - Claudia L. OLIVEIRA GROENWALD

### Página 84

**GTD-3-CJ-05:** A Criatividade de alunos dos Anos Iniciais na Resolução de Tarefas Investigativas

Márcia Jussara HEPP REHFELDT, Ieda Maria GIONGO, Marli Teresinha QUARTIERI, Sônia Elisa MARCHI GONZATTI

### Página 90

**GTD-3-CJ-06:** Matemática e Comunidade: um contexto educativo para a Aprendizagem Social para uma perspectiva de Educação STEM

Neura Maria DE ROSSI GIUSTI

### Página 95

**GTD-3-CJ-07:** Sequência Didática Eletrônica como Estratégia Metodológica para o Processo de Ensino e Aprendizagem da Estatística

Karine MACHADO FRAGA de MELO - Claudia L. OLIVEIRA GROENWALD

### Página 101

**GTD-3-CJ-08:** Contribuições de uma Sequência Didática Eletrônica na consolidação do Pensamento Aritmético no 6º Ano do Ensino Fundamental

Rosemary CARLESSO

### Página 108

**GTD-3-CJ-09:** Uma reflexão sobre a sistematização do conhecimento promovido pelo uso de jogos no ensino da Matemática

Ursula Tatiana TIMM



## Índice de Comunicaciones Breves

**Página 114**

**GTD-3-CJ-10:** A Formulação e Resolução de Problemas na Matemática a partir da Análise de Imagens nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Fabiane FISCHER FIGUEIREDO

**Página 120**

**GTD4-EE-01:** Análisis de idoneidad didáctica para la formación estadística en psicología. Un estudio de caso

Juan Eduardo ÁLVAREZ ESQUEDA - Daniel EUDAVE MUÑOZ

**Página 126**

**GTD-4-EE-02:** El Aprendizaje de la Probabilidad: desde una mirada realista en un contexto rural

Carolina MÉNDEZ-PARRA - Robinson Junior CONDE-CARMONA

**Página 132**

**GTD-4-EE-04:** Datos no convencionales en el Razonamiento Estadístico

Lucía ZAPATA-CARDONA - Cindy Alejandra MARTÍNEZ-CASTRO

**Página 138**

**GTD-4-EE-05:** Indicadores de la Estadística Cívica presentes en tareas que propician la Cultura Estadística

Fátima BOLATTI - Liliana TAUBER

**Página 144**

**GTD-4-EE-06:** Estrategias de enseñanza de la Estadística en la virtualidad utilizadas por la Universidad Nacional de Luján durante la pandemia de la COVID-19. Experiencia en las carreras Licenciatura en Administración y Contador Público.

Silvia Lorena VARGAS - Ariel Hernán REAL

**Página 150**

**GTD-4-EE-08:** Alfabetización Estadística

Saray SERRANO ENCISO - Santiago INZUNZA CAZARES

## Comunicación Breve

### CA-DMC-1

#### **Un recurso educativo en la aplicación móvil de GeoGebra para el estudio de serie y polinomio de Taylor**

**Viviana COSTA**  
**vacosta@ing.unlp.edu.ar**  
**Agustina BAYÉS**  
**agustina.bayes@ing.unlp.edu.ar**

**IMApEC, Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería**  
**Universidad Nacional de La Plata, Argentina**

### Resumen

Esta investigación se realiza en un curso de matemática en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata y se aborda la problemática del estudio de la serie y del polinomio de Taylor. Estos conceptos matemáticos implican los saberes relativos a polinomio y función polinómica, que en Argentina se comienzan a estudiar en la escuela secundaria. Las funciones polinómicas, suma parcial de la serie de Taylor, son de gran importancia en la matemática, ya que son una familia de funciones definidas para todo número real, continuas, derivables e integrables en todo su dominio. Además, constituyen una buena herramienta de modelización de diversos fenómenos y de aproximación de otro tipo funciones. La investigación se sustenta en la Teoría Antropológica de lo Didáctico y en particular en las nociones de *praxeología* y de *medio-media*. Se describen algunas de las dificultades que presentan los estudiantes en el estudio de esos temas, usando la noción de *praxeología*. Luego, con el objetivo de afrontar tales obstáculos se diseña un recurso para usar en la aplicación móvil de GeoGebra que se introduce en el *medio didáctico* como una *media* para el estudio de serie y polinomio de Taylor. Se detalla el recurso y se dan algunos primeros resultados de su uso.

**Palabras clave:** Serie y Polinomio de Taylor. GeoGebra. Aplicación Móvil. Praxeología.



## **Introducción**

En este trabajo se aborda la problemática del estudio del polinomio y serie de Taylor, en un curso que se denomina Matemática C, en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de la Plata (FI-UNLP). Esos conceptos matemáticos implican los saberes relativos a polinomio y función polinómica que se estudian desde el cuarto año de la escuela secundaria en Argentina.

Las funciones polinómicas son de gran importancia en la matemática, otras ciencias e ingeniería, ya que son una familia de funciones definidas para todo número real, continuas, derivables e integrables en todo su dominio. Además, constituyen una buena herramienta de modelización de diversos fenómenos físicos (movimiento rectilíneo uniforme, tiro oblicuo), económicos, químicos, entre otros muchos ejemplos donde se analiza cómo se comporta una variable en respuesta a los cambios que se producen en otras. También, las funciones polinómicas y el polinomio de Taylor son útiles para interpolar (polinomio de Newton, de Lagrange y de Hermite, entre otros) o ajustar, un conjunto de datos obtenidos, en general, experimentalmente (Chapra, S. C., Canale, R. P., Ruiz, R. S. G., Mercado, V. H. I., Díaz, E. M., & Benites, G. E., 2011).

El objetivo de este trabajo, es dar una visión respecto a los *saberes* y *saber-hacer* de estudiantes de la FI-UNLP sobre la organización matemática polinomio y serie de Taylor y de cómo la inclusión de un *media*, recurso educativo para utilizar en un dispositivo móvil que puede colaborar en el proceso de estudio y en la construcción de los saberes y saber-hacer.

El texto se organiza del siguiente modo. Primero, se presenta el referencial teórico y las nociones básicas de la teoría que sustenta el trabajo. A continuación, se describe brevemente la praxeología matemática relativa a polinomio, serie y polinomio de Taylor. Luego se mencionan dificultades que tienen algunos estudiantes de los cursos de Matemática C en el estudio de esos temas. Posteriormente se presenta el recurso como propuesta para paliar las dificultades observadas, finalmente se exponen resultados y conclusiones.

## **Referencial Teórico**

La investigación se sustenta en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) que propone enfrentar la pedagogía *monumentalista*, en pos de adoptar la denominada *Pedagogía de la Investigación y del Cuestionamiento del Mundo*. La TAD es propuesta por Yves Chevallard concibiendo a la matemática como una práctica humana antropológica (Chevallard, 1997, p. 26). Uno de los constructos centrales de esta teoría es la noción de *praxeología* que aporta un modelo para describir cualquier actividad humana regularmente realizada (Otero, 2013, p. 16), distinguiendo dos niveles: el de la *praxis*, que comprende el *saber-hacer* (tareas, problemas y técnicas) y el del *logos* que se corresponde con el *saber* que incluyen la tecnología y la teoría, en el que se encuentran los discursos que describen, explican y justifican las tareas y técnicas (Chevallard, 1999). Estudiar matemática consiste, en el marco de la TAD, en construir o reconstruir determinados elementos de una *praxeología matemática* para dar respuesta a un determinado tipo de tarea problemática. Además, en el marco de la TAD al término *estudio* o *proceso de estudio* se lo considera, en un sentido amplio que comprende las nociones de enseñanza y de aprendizaje utilizadas en la cultura pedagógica, y que se refiere a todo aquello que se hace en una determinada institución para aportar respuestas a los problemas que se plantean (Chevallard, 1999). Otra de las nociones de la TAD que utilizaremos en este trabajo es el de *equipamiento praxeológico*, entendido como el conjunto de conocimientos, las capacidades o competencias que posee una persona, en otras palabras, “la amalgama de praxeologías y de elementos praxeológicos que la persona tiene a su disposición, es decir que puede activar en un momento dado y bajo ciertas condiciones y restricciones dadas” (Bosch; Gascón, 2009, p. 93). Por último, utilizaremos además la noción de *media-medio*, entendiendo por *media* a toda fuente de información (un libro, el profesor, una página web, un software, un video, etc.) que le permite a la persona o estudiante ir a buscar el conocimiento para construir e incorporar en el *medio didáctico* la *praxeología* u obra matemática a estudiar (OM). En particular, en este marco referencial, el software GeoGebra se percibe como un *media*, que permitiría hacer aportes al *medio* y construir las *praxeologías matemáticas* (Chevallard, 2008).

## **Praxeología Matemática relativa a Polinomio, Serie y Polinomio de Taylor**

La organización matemática relativa a polinomio y función polinómica (en adelante  $OM_P$ ) se comienza a estudiar en la escuela secundaria en Argentina en cursos con jóvenes de entre 15-16 años de edad (DGCyE, 2015). En los diseños curriculares la  $OM_P$  se encuentra dentro del *saber*: Álgebra y estudio de funciones, Teorema de Ruffini, Teorema del Resto y Teorema de Gauss. Los *saberes-hacer*, se vinculan con calcular el valor numérico de un polinomio en un valor determinado, hallar las raíces de un polinomio, calcular las raíces mediante la Regla de Ruffini, descomposición de un polinomio en factores, factor común, diferencia de cuadrados, factor común por grupos, trinomio cuadrado perfecto, operar con polinomios (suma, resta, cociente y producto), graficar aproximadamente una función polinómica, resolver ecuaciones e inecuaciones de segundo grado, identificar distintas expresiones polinómicas. Además, se promueve el uso de *software* para el estudio de las funciones polinómicas. Este *equipamiento praxeológico* se utiliza luego para el estudio, en el año

siguiente, de expresiones fraccionarias polinómicas y ecuaciones, donde es necesario conocer la factorización de polinomios para reducir su expresión y poder hallar el conjunto solución.

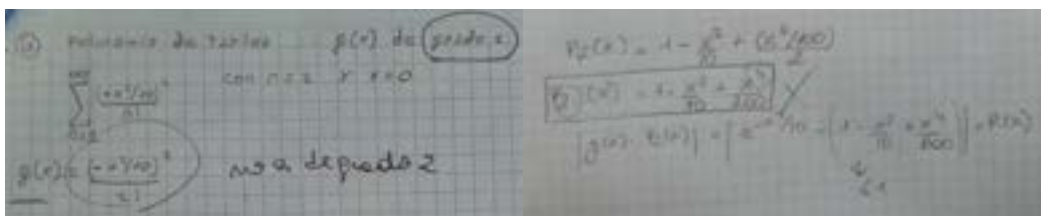
En la universidad, en general los conceptos relativos a polinomio y función polinómica son utilizados en diversas disciplinas. En particular, en la FI-UNLP en la asignatura Matemática C, del tercer semestre para todas las carreras, se estudia lo que llamaremos organización matemática “Polinomio y Serie de Taylor” (en adelante  $OM_{PT}$ ). Este tema se estudia dentro de otro que es la organización matemática “Series de Potencias”, para la cual se utiliza para la construcción de los *saberes* y *saber-hacer* el *equipamiento praxeológico* de la  $OM_P$  y el de la  $OM_S$  relativa a “Series Numéricas” que se estudian en Matemática B el semestre anterior en la misma facultad.

En el bloque del *saber* de la  $OM_{PT}$  se ubica: la noción de polinomio, función polinómica, polinomio de Taylor como suma parcial de una serie de Taylor, convergencia de una serie de potencias. En el bloque del *hacer*, se ubica: identificar un polinomio, operar con polinomios, construir polinomios, graficar polinomios, hallar el polinomio de Taylor que aproxima a una función en el entorno de un punto y de un grado establecido, hallar la serie de Taylor dada una función, acotar el error de una aproximación, calcular límites operando con aproximaciones de funciones por polinomios. Para el estudio de estos temas en los cursos de Matemática C, los estudiantes disponen de una Guía didáctica confeccionada por profesores de la cátedra, que en el marco de la TAD se constituye en un *media* (Guía de Cátedra).

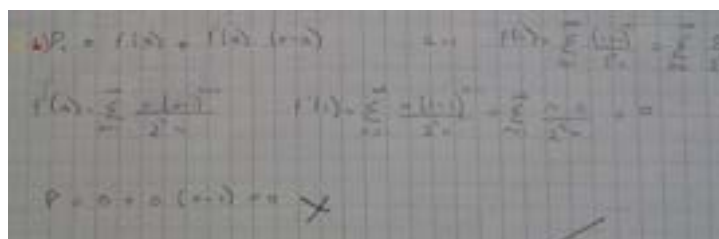
### **Dificultades observadas en el estudio del Polinomio y la Serie de Taylor en Matemática C**

Numerosas dificultades presentan los estudiantes en los cursos de Matemática C durante el proceso de estudio de la  $OM_{PT}$ . En una encuesta realizada en el año 2017 en Costa y Rossignoli (2017) que contestaron 295 estudiantes cursantes de la asignatura Matemática C, que el tema “series y polinomio de Taylor” fue para ellos en el que “tuvieron más dificultades en su aprendizaje, el más abstracto y para el que hubiesen necesitado más tiempo de estudio”. Estas dificultades por ellos mencionadas no se vincularía con la comprensión de la Guía de estudio ni en cómo lo explicó el profesor, si no con que la  $OM_{PT}$  comprende una gran cantidad de nuevos *saberes*.

A lo largo de los años, se observaron en las evaluaciones parciales numerosos errores relativos a la  $OM_P$ ,  $OM_S$  y a la  $OM_{PT}$ . Por ejemplo, en la Figura 1 y Figura 2, se muestra que no identifican el grado de un polinomio y los coeficientes del mismo, llevando esto a dificultades al momento de estudiar polinomio de Taylor para una función y la relación entre los coeficientes y las derivadas de la función a la cual aproxima en un punto dado.

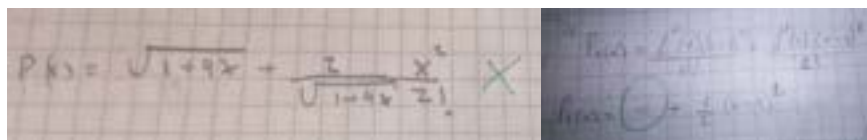


**Figura 1: Errores en el grado del polinomio de Taylor**

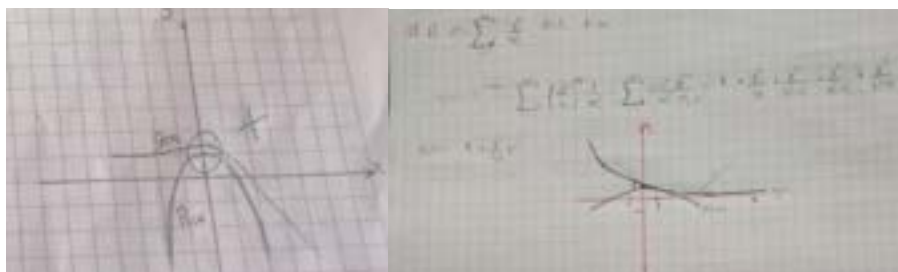


**Figura 2: Errores en los coeficientes del polinomio de Taylor**

Otra de las dificultades observadas es que no identifican cuáles expresiones algebraicas son polinómicas y cuáles son sus coeficientes (Figura 3). También se encontraron dificultades que se vinculan con las propiedades que posee el polinomio de Taylor que aproxima a una función  $f(x)$  en un punto dado, observadas en las gráficas de ambas funciones (Figura 4). Ya que, en los puntos de coordenadas  $x=a$ , se verificará que  $f(a)=P_n(a)$  y además las punctiones  $f(x)$  y  $P_n(x)$  poseen la misma pendiente y concavidad en  $x=a$ .



**Figura 3: Errores en la noción de polinomio y sus coeficientes**

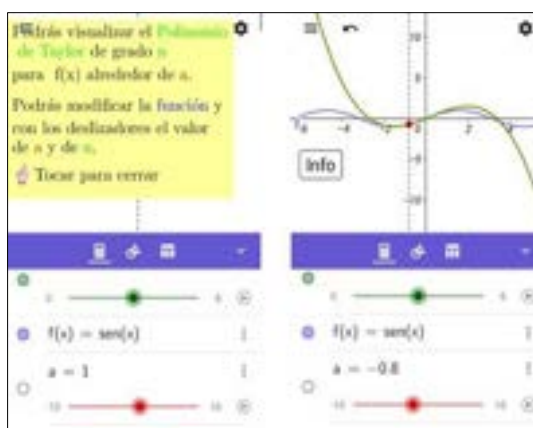


**Figura 4: Errores observados en las gráficas del polinomio de Taylor y la función a la que aproxima en el entorno de un punto**

### **Recurso en la aplicación móvil de GeoGebra**

En base a los errores que cometen los estudiantes durante el proceso de estudio del tema polinomio y serie de Taylor, y considerando además que en la actualidad, diversos estudios científicos muestran que las herramientas tecnológicas facilitan la comprensión de conceptos matemáticos, es que se decide incorporar un *media* (además de la Guía de estudio y las explicaciones del profesor) a uno de los cursos de Matemática C y a modo experimental, a partir el año 2019, un recurso creado en el *software* GeoGebra, para el estudio del tema (Carrillo, 2012).

El recurso se diseñó para ser utilizado en dispositivos móviles y se encuentra disponible en la página web de GeoGebra (de acceso libre <https://www.geogebra.org/m/xn2kn5rw> ) o ingresando a los recursos disponibles con el nombre “Polinomio de Taylor”. En este recurso se puede ingresar la función “ $f(x)$ ” en la vista algebraica, el grado del polinomio “ $n$ ” y el valor “ $a$ ” alrededor de donde se desarrolla el polinomio de Taylor con deslizadores previamente definidos a tal fin. Se obtiene así, en la vista gráfica, la función y el polinomio (sumas parciales de la serie de Taylor), y en la vista algebraica la expresión polinómica. De este modo, al usar este material se puede construir rápidamente todos los polinomios (de distintos grados) y observar las propiedades que tienen con respecto a la función (Figura 5).



**Figura 5: Recurso educativo en GeoGebra diseñado para utilizarse en dispositivos móviles**

Su creación se realizó según directrices de diseño de materiales de GeoGebra, para que pueda ser utilizado en dispositivos móviles (Bayés, Del Río y Costa, 2018). Entre las características que se tuvieron en cuenta se destacan la medida de la pantalla (para que sea correcta su visualización en dispositivos de tamaño pequeño), no visualizar objetos que sean necesarios para la construcción, pero no para su uso e incorporación de interactividad mediante los deslizadores y la posibilidad de cambiar tanto la función  $f(x)$  como el grado del polinomio, entre otras. La decisión de crear el recurso especialmente para estos dispositivos, y no sólo para su uso en computadoras, fue con el fin de que sea accesible para la mayoría de los jóvenes en todo momento y

lugar, es decir, aprovechar la ubicuidad del aprendizaje mediante dispositivos, además de la inmediatez de consultarlos rápidamente (Alsaadat, 2017; Fombona Cadavieco & Rodil Pérez, 2018).

### Algunos resultados

Se les consultó a los estudiantes sobre el recurso diseñado y su uso, con la siguiente pregunta ¿Qué ventajas crees que te dio el uso del recurso con respecto al desarrollo del Polinomio de Taylor?, algunas respuestas fueron:

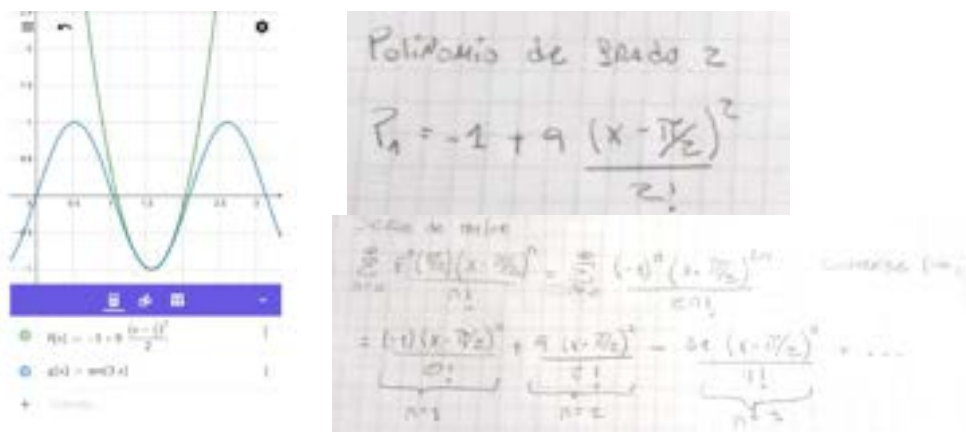
*“facilita mucho el entendimiento del tema”, “Nos ayudara a entenderlo mejor porque lo que hacemos analíticamente, lo vamos a ver gráficamente”, “Comprobar que la serie encontrada corresponde con la función en el intervalo que corresponda”, “Mejor interpretación del concepto”, “Podes ver como a medida que los polinomios aumentan de grado se parecen más a la función verdadera”, “Mayor seguridad a la hora de resolver problemas y mayor exactitud”, “Un paso a paso de cómo usarlo específicamente”, “Hace más simple identificar la relación entre funciones”, “Lograr comprender mejor lo que aplicamos en las clases”, “Poder ver la aproximación de la serie y la función con facilidad”, “Está muy bueno para usar en clase”.*

Además, se les consultó si lo utilizaron (Sí/No) para el estudio del tema, o si sólo lo hicieron con “lápiz y papel” y los demás *medias* (Guías de Cátedra, profesor, entre otros) y para cada respuesta se contabiliza la cantidad de estos según aprobaron o no el tema en las evaluaciones, obteniéndose los datos que se muestran en la Tabla 1. Se realiza un test chi-cuadrado para observar si existe relación entre el uso del recurso y condición de aprobado. Se obtuvo en este caso un p-valor de 0.0011, que indica una fuerte vinculación.

		Condición		
		Aprobado	Desaprobado	Totales
Usó GeoGebra	si	52	3	55
	no	22	10	32
Totales		74	13	87

**Tabla 1:** Datos de la encuesta realizada a estudiantes de Matemática C en el año 2019

En la Figura 6 se muestra las respuestas de una de las evaluaciones de este tema en donde ya se observa que los estudiantes que lo utilizan para resolver el problema de “Encontrar el desarrollo en serie de Taylor y su intervalo de validez de la función  $\sin(3x)$  en un entorno de  $a=\pi/2$ . Dar el polinomio de Taylor grado 2 que aproxima a la función  $\sin(3x)$  centrado en  $\pi/2$  y graficarlo junto a la función en el intervalo  $[0; \pi]$ ”.



**Figura 6:** Resoluciones de estudiantes que utilizaron el recurso en Matemática C

### Conclusiones

Las dificultades observadas, que se corresponden tanto con el *saber*, como con el *saber-hacer*, y las manifestadas por ellos, pueden deberse a un escaso *equipamiento praxeológico* relativo a la OM<sub>p</sub> estudiado en la escuela secundaria y/o en los cursos previos a Matemática C en la FI-UNLP. En general los conceptos relativos a polinomios se consideran sabidos y se asumen (en general) aprendidos y sin revisión previa, utilizándolos en diversas áreas y en distintas carreras, como por ejemplo en cursos de cálculo, álgebra lineal, estadística y probabilidades, pudiendo esto causar problemáticas en el estudio de las organizaciones matemáticas más complejas, tal como menciona Fonseca, Bosch y Gascón (2010) y Fonseca (2004). A partir de los resultados obtenidos, en relación al recurso diseñado y su uso como *media* en algunos cursos de

Matemática C, se podría concluir que colabora en la construcción de los saberes de la OM<sub>PT</sub> y en recuperar el equipamiento praxeológico de la OM<sub>P</sub>. A futuro se propone continuar indagando en esta problemática.

### **Referencias Bibliográficas**

Alsaadat, K. (2017). Mobile Learning Technologies. *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*, 7(5), 2833–2837.

Bayés, A., Del Río, L. y Costa, V. (2018). Diseño de materiales educativos para dispositivos móviles con GeoGebra: Análisis de un caso. *Virtual Educa Buenos Aires 2018*. Buenos Aires.

Bosch, M. y Gascón, J. (2009). Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria. En *Investigación en educación matemática XIII* (pp. 89-114). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Carrillo, A. (2012). El dinamismo de GeoGebra. *Unión - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (29), 9–22.

Chapra, S. C., Canale, R. P., Ruiz, R. S. G., Mercado, V. H. I., Díaz, E. M., & Benites, G. E. (2011). *Métodos numéricos para ingenieros* (Vol. 5). McGraw-Hill.

Chevallard, Y.; Bosch, M.; Gascón, J. (1997). Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. 1a.ed. Barcelona: Universitat de Barcelona.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques (Revue)*, 19(2), 221-265.

Chevallard, Y. (2008). Un concept en émergence: la dialectique des médias et des milieux. Dans Gueudet, G. & Matheron, Y. (Eds.). *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2007*. Paris: IREM de Paris 7 et ARDM, p. 344-366.

Costa, V. A. y Rossignoli, R. (2017). Enseñanza del algebra lineal en una facultad de ingeniería: Aspectos metodológicos y didácticos. *Revista Educación en Ingeniería*, 12.

DGCyE (2015). *Diseño Curricular de la Provincia de Buenos Aires*. Recuperado de: [http://www.abc.gov.ar/secundaria/sites/default/files/documentos/matematica\\_4.pdf](http://www.abc.gov.ar/secundaria/sites/default/files/documentos/matematica_4.pdf)

Fombona Cadavieco, J. y Rodil Pérez, F. (2018) Niveles de uso y aceptación de los dispositivos móviles en el aula. *Píxel-Bit. Revista de Medios y Educación*, 52, 21-35.

Fonseca, C. (2004). *Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la enseñanza secundaria y la enseñanza universitaria*. Tesis doctoral. Universidad de Vigo.

Fonseca, C., Bosch, M., & Gascón, J. (2010). *El momento del trabajo de la técnica en la completación de Organizaciones Matemáticas: el caso de la división sintética y la factorización de polinomios*. *Educación matemática*, 22(2), 5-34.

Guía de Cátedra, Matemática C

[https://www.ing.unlp.edu.ar/catedras/F0304/descargar.php?secc=0&id=F0304&id\\_inc=45370](https://www.ing.unlp.edu.ar/catedras/F0304/descargar.php?secc=0&id=F0304&id_inc=45370)

Otero, M. R., Fanaro, M. D., Corica, A., Llanos, V. C., Sureda, P., & Parra, V. (2013). *La Teoría Antropológica de lo Didáctico en el aula de Matemática*. Buenos Aires: Editorial Dunker.

## **Comunicación Breve**

### **CA-EMFP-1**

#### **Oportunidades para la Formación continuada de Profesores de Matemáticas**

**Diana Milena ESCOBAR-FRANCO**

**diana.escobar@udea.edu.co**

**Lucía ZAPATA-CARDONA**

**lucia.zapata1@udea.edu.co**

**Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia**

### **Resumen**

El propósito de este artículo es presentar algunas reflexiones sobre las oportunidades que la literatura señala sobre propuestas de formación continuada de profesores de matemáticas de los últimos 20 años. Para cumplir con este objetivo se hizo una revisión de literatura. La búsqueda se llevó a cabo en bases de datos como Jstor, Ebsco, Science Direct, ERIC, Dialnet y se complementó con manuales internacionales de formación de profesores de matemáticas. Se analizaron 50 artículos en los cuales se prestó especial atención a las concepciones epistemológicas sobre formación continuada de profesores de matemáticas y cómo dichas concepciones orientaban las tareas formativas. De forma adicional, se hicieron evidentes las bondades de las propuestas de formación en el sentido reportado por los proponentes. En los resultados se resaltan las oportunidades de dichas propuestas de formación y se reflexiona sobre sus rasgos característicos en los programas de formación continuada del profesor de matemáticas. Dichos rasgos característicos están relacionados con los procesos de reflexión en los que se centra la formación continuada del profesor, la experiencia previa del profesor, el trabajo colaborativo entre pares y la relación teoría práctica. Se concluye que estos cuatro elementos se configuran como potenciales dinamizadores y articuladores de los programas de formación continuada. También se concluye que la formación continuada de profesores de matemáticas ha tenido una transformación paulatina en la que se empieza a abandonar paradigmas tradicionales para centrar el interés en la práctica educativa.

**Palabras clave:** Formación continuada de profesores. Relación entre teoría y práctica educativa. Reflexión. Trabajo Colaborativo. Enseñanza de Matemática. Saber de la Experiencia.

## **Introducción**

Este escrito tiene como objetivo proponer algunas reflexiones relacionadas con las oportunidades que la literatura señala para la formación continuada de profesores de matemáticas. Para cumplir con este objetivo, se hizo una revisión de literatura de los últimos 20 años, en la cual se identificaron características fundamentales para tener en cuenta en el diseño de programas de formación del profesor de matemáticas en ejercicio. La formación continuada de profesores de matemáticas es un campo que ha venido ganando importancia dentro de los procesos investigativos debido a la estrecha relación con el proceso de enseñanza y aprendizaje y con el mejoramiento de la práctica educativa. Infortunadamente, la formación continuada de profesores ha seguido diversos formatos que no siempre logran transformaciones reales en la práctica del profesor. En esta revisión de literatura hay un interés particular por estudiar las propuestas de formación continuada de profesores de matemáticas que hacen un esfuerzo por ofrecer oportunidades reales de desarrollo profesional. El interés por estudiar este tipo de propuestas de formación se justifica en que en ellas (1) el profesor se convierte en un sujeto activo (Zaslavsky et al., 2003) y se aleja de la formación técnica que se ha privilegiado en los procesos formativos; (2) el profesor es asumido como protagonista de su propia práctica (Nacarato, 2016); (3) hay una conexión con la realidad (Ponte, 2012; Zapata-Cardona & Gómez, 2017); y (4) se generan impactos en la práctica educativa (Guyot, 2011).

Existen múltiples posturas frente a la formación de profesores, pero en términos generales hay un acuerdo que vincula el conjunto de actividades que promueven la actualización y la mejora continua de la práctica educativa. Ponte (2012) y Manrique et al. (2011) señalan que la formación de profesores permite el desarrollo profesional, el cual es entendido como ese proceso de crecimiento, evolución y transformación continua que integra aspectos cognitivos, afectivos y relacionales para atender su práctica diaria. En contraste, la formación está estrechamente ligada con la experiencia, que es entendida como aquello que nos pasa, acontece y sucede, y al pasar por nosotros nos forma y nos transforma (Larrosa, 2002; Villarreal & Esteley, 2014). Para que esa transformación se logre, es necesario partir de situaciones que hacen parte de nuestra cotidianidad, para enfrentarnos a sucesos y generar cambios. A partir de esa definición, se asume la formación continuada del profesor como ese proceso de transformación anteponiendo la experiencia a la construcción del sujeto. En esta perspectiva, la formación de profesores debe considerar no solo el desarrollo profesional del docente, sino también su desarrollo personal.

## **Metodología**

Se realizó una búsqueda sistemática de la literatura relacionada con la formación continuada de profesores de matemáticas. La búsqueda se centró en los marcos teóricos y metodológicos empleados en los programas de formación continuada de profesores de matemáticas.

La búsqueda se realizó mediante las bases de datos Jstor, Ebsco, Science Direct, ERIC, Dialnet con las ecuaciones de búsqueda: (1) Formación de profesores de matemáticas, (2) Desarrollo profesional del profesor de matemáticas, (3) Formación continuada de profesores de matemáticas, (4) Math teacher development, (5) Math teacher training. Fuentes complementarias de información fueron: *Second and Third International Handbook of Mathematics Teacher Education* [Segundo y Tercer Manual Internacional de Formación de Profesores de Matemáticas]. Se encontraron 100 artículos con los criterios de búsqueda. Se excluyeron los trabajos relacionados con formación inicial. Una vez aplicados los criterios de exclusión, se analizaron 50 artículos en los cuales se prestó especial atención a las concepciones epistemológicas sobre formación continua de profesores de matemáticas y cómo dichas concepciones orientaban las tareas formativas. El análisis permitió identificar cuatro categorías que sugieren elementos esenciales para el éxito en los programas de formación continua de profesores de matemáticas. Ellas están relacionadas con los procesos reflexivos, el trabajo colaborativo, la valoración de la experiencia previa del profesor en ejercicio y la relación entre teoría y práctica.

## **Resultados**

### **Valoración de los procesos reflexivos**

En la revisión se encontró que la reflexión es un elemento fundamental para la formación continuada del profesor de matemáticas en ejercicio. La reflexión en la formación de profesores se entiende como ese proceso de pensar detenidamente sobre algún aspecto de la práctica del profesor, es decir “la reflexión es un proceso de resolución de conflictos y de dudas a la vez que provee una oportunidad para revisar su actuación” (Parada & Pluinage, 2014, p. 85). Cuando un profesor reflexiona tiene la posibilidad de hacer consciencia de sus acciones y a partir de ello darle un nuevo significado a su práctica educativa.

Schoenfeld (2011) propuso un programa de formación de profesores de matemáticas centrado en: los recursos del profesor, sus propósitos y la relación con la toma de decisiones mediados por los procesos reflexivos. En una línea similar, Parada y Pluinage (2014) implementaron un programa de formación a nivel de maestría, donde los profesores a partir del diseño de clases generaron procesos reflexivos que se hicieron evidentes mediante la estrategia de rutas cognitivas. En dichos procesos reflexivos, el interés era pensar con profundidad sobre la práctica educativa. La propuesta de formación de profesores partió del análisis de una situación didáctica sobre la cual los participantes reflexionaron y lograron mejoras en su propia práctica.

Flores (2007) planteó un modelo donde la base formativa era el ejercicio reflexivo con los profesores. Dicho trabajo reveló que los parámetros dictados por la teoría, que no puedan ser llevados a la práctica, obstaculizan la acción docente e impide que se generen procesos reflexivos. Así mismo, Ramos-Rodríguez et al. (2015) presentaron un curso de formación continuada basada en la reflexión donde los profesores partían de problemas de su práctica y diseñaron recursos de enseñanza y aprendizaje del álgebra mediados por la tecnología. A partir de la construcción de tareas de aprendizaje y su reflexión, los profesores elaboraron nuevos elementos de actuación y avanzaron en su desarrollo profesional. Alsina (2009) presentó una estrategia formativa en la que el profesor y el estudiante, a partir de las interacciones sociales, estimulaban los procesos reflexivos para generar oportunidades de interpretación de lo que ocurría dentro de la práctica educativa.

Una de las líneas que más fuerza ha tomado en los programas de formación continuada de profesores de matemáticas se refiere a los procesos narrativos (Bolognani y Nacarato, 2015; Villarreal y Esteley, 2014). Los profesores a través de ese ejercicio narrativo toman como referencia los conocimientos teóricos que han sido construidos a partir de sus actividades profesionales y del reconocimiento de su historia para repensar sus prácticas de enseñanza.

Schön (1983) señaló que los procesos reflexivos permiten la comprensión y mejora del profesional en su ámbito laboral. Esto sugiere que llevar esta mirada reflexiva al campo de la formación continua de profesores podría contribuir a mejorar la práctica educativa. Para Zeichner (1993), los profesores que no reflexionan sobre su práctica aceptan sin ninguna crítica las dinámicas al interior de sus instituciones educativas, y sólo se limitan a resolver los problemas de la cotidianidad institucional. El profesor que reflexiona tiene prácticas educativas que van en concordancia con sus intereses, necesidades y motivaciones. La reflexión en los programas de formación continuada de profesores de matemáticas podría constituirse como una estrategia metodológica para mejorar las prácticas.

### **Importancia del Trabajo Colaborativo**

El trabajo colaborativo en la formación continuada de profesores de matemáticas permite darle un nuevo sentido a la práctica educativa a través de la puesta en común de experiencias. Es decir, en palabras de Camelo et al. (2012), el trabajo colaborativo le permite al profesor que participa de un programa de formación continuada descubrir, posicionarse y discutir —desde un punto de vista político— las actividades matemáticas que llevan al aula de clases.

En esa línea de pensamiento, López y Toro-Álvarez (2008) diseñaron un programa de formación de profesores de matemáticas a través de la resolución de problemas mediado por la estrategia de *Lesson Study*. Este programa permitió a los profesores —acompañados por un experto— desarrollar el pensamiento colectivo grupal y el conocimiento de contenido pedagógico en matemáticas. A través de este programa de formación, los profesores lograron avanzar en el dominio de conceptos, prácticas reflexivas, y especialmente en la capacidad para argumentar, autorregular y establecer algunos cambios en su práctica educativa. Camacho y Miotto (2017) ven en el *Lesson Study* la posibilidad de colaboración entre pares, intercambio de información, mejoría en la comprensión del contenido que puedan dar respuestas a las situaciones problemáticas que enfrentan en sus clases.

Fiorentini y Crecci (2017) también reconocen el trabajo colaborativo como una oportunidad para la formación continuada de profesores de matemáticas. Para los citados autores, el trabajo en grupo de los profesores ayuda a problematizar las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y a integrar el saber ser y el saber hacer docente. De igual forma, Zapata-Cardona (2020) resalta las potencialidades que tiene el trabajo colaborativo entre profesores de estadística en ejercicio e investigadores para el desarrollo profesional. La colaboración permite establecer relaciones de camaradería, transformación de las concepciones sobre la estadística y empoderamiento del profesor. Santana et al. (2019) resaltan que el trabajo colaborativo en la formación continuada de profesores de matemáticas tiene una función dinamizadora. La integración de los profesores a través de trabajo colaborativo les ayuda a desafiar su propio aprendizaje, a superar dificultades y a mejorar su práctica.



El trabajo colaborativo es una de las estrategias que se han usado de manera recurrente en los programas de formación continuada de profesores de matemáticas, porque permite que la labor conjunta entre pares logre el análisis y estudio de las prácticas educativas en sus contextos particulares. Los espacios de formación, pensados bajo el trabajo en colectivos docentes, permiten integrar experiencias, reconocer al profesor como sujeto político y agente clave dentro del sistema escolar para una transformación de su práctica educativa. Reconocer en el discurso de los otros participantes del programa, elementos comunes a su quehacer, conlleva a transformaciones sustanciales en las prácticas educativas que reconstruyen sus acciones. Es decir, el trabajo colaborativo es un proceso que le permite al individuo aprender más de lo que haría por sí solo.

### **Reconocimiento de la experiencia previa del profesor**

El profesor en su proceso de formación inicial y en su práctica diaria vive múltiples experiencias relacionadas con el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas que lo constituyen como el profesor que es y lo dota de un saber: el saber de la experiencia. Algunos programas de formación reconocen ese saber de la experiencia como un dispositivo que le permite al profesor en ejercicio posicionarse de una forma particular en el mundo teniendo en cuenta aspectos relacionales, subjetivos, situacionales, dilemas e imprevistos. Es decir, todo lo que el profesor ha construido a través de su historia determinan un sujeto partícipe del acto educativo. Sin historia, el profesor es un simple duplicador de teorías didácticas.

Guskey (2002) ha resaltado que la experiencia es el eje central del proceso de formación de los profesores. Son precisamente las experiencias exitosas de implementación de prácticas las que determinan algún tipo de transformación en el profesor. En otras palabras, el reconocimiento de la experiencia permite en el profesor el desarrollo de actitudes y creencias que van en pos de la configuración de su teoría.

Autores como Solar et al. (2016) también otorgan un valor importante a la experiencia previa del profesor en los procesos de formación continuada. Estos autores ven en la experiencia una oportunidad para analizar y modificar la práctica educativa. En un sentido complementario, Korthagen (2010) sugirió aprovechar las experiencias previas del profesor para diseñar programas de formación continuada como un dispositivo para conectar con las prácticas educativas.

Cuando los programas de formación parten de lo que saben los profesores y de sus experiencias vividas hay un reconocimiento de las diferentes formas en las que experimentan el mundo y un reconocimiento a su voz (Connelly & Clandinin, 1995). Así, tener en cuenta la experiencia del profesor en su proceso de formación continuada es reconocer el contexto en el que le da sentido a las situaciones escolares, poner en evidencia cómo se sitúa en el mundo y reconocer los significados construidos sobre educación, aprendizaje, enseñanza y matemáticas.

Reconocer la experiencia del profesor de matemáticas en los procesos de formación continuada es reconocer su historia y es a partir de esta que se logra la reconfiguración de sus prácticas. Lo que el profesor trae consigo es resultado de su vida, de su recorrido, de su bagaje y todos estos elementos permiten que se dé la configuración de su saber. Dicho saber debe contar con una serie de significados que sólo pueden ser interpretados por el sujeto dueño de la historia y permeado por los programas de formación continuada. El significado que el profesor le da a su historia le otorga un sentido particular a su práctica educativa.

### **Relación Teoría y Práctica**

Sin teoría, la práctica educativa del profesor pierde la comprensión de lo ocurrido a lo largo de su desarrollo profesional. Una teoría educativa no significa solamente una precisa descripción de las prácticas escolares, sino poder tener elementos que justifiquen cada una de las acciones. Para Gellert (2014) la teoría tiene un potencial innovador: una visión más sistemática que permite la comprensión de situaciones aún no imaginadas.

Las investigaciones educativas resaltan la importancia que tiene relacionar la teoría y la práctica en los programas de formación continuada (Álvarez-Álvarez, 2015a; Cochran-Smith & Lytle, 1999; Korthagen, 2010), pero las construcciones conceptuales frente a esta relación atienden a diferentes interpretaciones y orientaciones. Como lo señala Álvarez-Álvarez (2015b), “No resulta exagerado decir que hablamos de relacionar la teoría y la práctica como un tópico pedagógico que ha ido asumiendo sin ser explorado” (p. 173) debido a que no existen consensos entre práctica y teoría en la comunidad académica.

Es necesario que el profesor reconozca lo que ocurre en su aula y tenga en cuenta aspectos teóricos que dirijan los procesos formativos para mejorar la práctica educativa (Korthagen, 2001). Los programas de formación continuada deben centrarse en las realidades del aula del profesor y a partir de allí generar conocimiento (Cochran-Smith & Lytle, 1999).

## Conclusiones

El ejercicio académico divulgado mediante este escrito permite evidenciar que la tendencia en los programas de formación continuada de profesores de matemáticas reconoce elementos que van más allá de lo que ocurre exclusivamente en el aula de clase (Guskey, 2002; Zaslavsky et al., 2003). Propuestas contemporáneas para la formación continuada de profesores de matemáticas hacen un esfuerzo por incorporar dentro de su estructura y tareas formativas los procesos reflexivos, la colaboración entre profesores, el saber de la experiencia y la conexión entre teoría y práctica.

Este ejercicio académico reveló que la literatura en formación continuada de profesores de matemáticas vincula la práctica educativa y la experiencia previa a partir de procesos reflexivos de los profesores en ejercicio y de su trabajo colaborativo. Las interpretaciones teóricas —teorías ya existentes o construidas a partir de los análisis del profesor de acuerdo con su contexto— de las reflexiones del profesor permiten darle sentido a su práctica educativa.

Es decir, las propuestas de formación continuada de profesores de matemáticas que aparecen divulgadas en la literatura en los últimos 20 años evidencian elementos convergentes donde la relación teoría y práctica se convierten en la dinamizadora de los procesos reflexivos. Se rescata la relación entre teoría y práctica educativa para el desarrollo de programas de formación continuada de matemáticas (Cochran-Smith & Lytle, 1999).

La literatura en los últimos 20 años revela una progresiva transformación de las propuestas formativas para los profesores de matemáticas en ejercicio. Paulatinamente se ha empezado a mudar de una postura de capacitación y remediación a una postura que centra el interés en la práctica educativa del profesor. Las reflexiones que se resaltan en este ejercicio académico pueden ser consideradas oportunidades para futuros diseños de propuestas de formación continuada de profesores de matemáticas.

## Referencias Bibliográficas

- Alsina, Á. (2009). El aprendizaje realista: Una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. In González & J. Murillo (Eds.) (Ed.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 119–127). Santander: SEIEM.
- Alsina, Á. (2019). Hacia una formación transformadora de futuros maestros de matemáticas: avances de investigación desde el modelo Realista-Reflexivo. *Unipluriversidad*, 19(2), 60–79. <https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.19.2.05>
- Álvarez-Álvarez, C. (2015a). La relación teoría-práctica y el desarrollo profesional docente: obstáculos y retos. *Educere*, 19(63), 363–371. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35643049003>
- Álvarez-Álvarez, C. (2015b). Teoría frente a práctica educativa: Algunos problemas y propuestas de solución. In *Perfiles Educativos*, 37(148) 172–190. <https://doi.org/10.1016/j.pe.2015.11.014>
- Bolognani, M. S. F., & Nacarato, A. M. (2015). Las narrativas de vida como prácticas de (AUTO) formación de maestras que enseñan matemáticas. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 20(64), 171–193.
- Camacho, R., & Miotto, M. R. (2017). Lesson study: Refletindo o ciclo formativo com professores que ensinam matemática. In FESPM (Ed.), *VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. Libro de resúmenes*. (Vol. 1, Issue 1, pp. 210–218). FESPM.
- Camelo, F., Mancera, G., & Zambrano, J. (2012). Trabajo colaborativo y diseño de escenarios de investigación, una alternativa para la formación continuada de profesores de matemáticas. *Educación Científica y Tecnológica*, 15, 47–57.
- Cochran-Smith, M., & Lytle, S. L. (1999). Relationships of knowledge and practice: Teacher learning in communities. *Review of Research in Education*, 24, 249–305. <https://doi.org/10.3102/0091732x024001249>
- Connelly, M., & Clandinin, J. (1995). Relatos de experiencia e investigación narrativa. En J. Larrosa y otros. *Déjame que te cuente: Ensayos sobre narrativa y educación* (pp. 11–59). Laertes.
- Esteve, O., Melief, K., & Alsina, Á. (2010). *Creando mi profesión. Una propuesta para el desarrollo profesional del profesorado*. (Octaedro (ed.)). [https://cvc.cervantes.es/ensenanza/biblioteca\\_ele/publicaciones\\_centros/PDF/bremen\\_2004/02\\_esteve.pdf](https://cvc.cervantes.es/ensenanza/biblioteca_ele/publicaciones_centros/PDF/bremen_2004/02_esteve.pdf)
- Florentini, D., & Crecci, V. M. (2017). Metassíntese de pesquisas sobre conhecimentos/saberes na formação continuada de professores que ensinam matemática. *Zetetike*, 25(1), 164–185. <https://doi.org/10.20396/zet.v25i1.8647773>
- Flores, P. (2007). Profesores de matemáticas reflexivos: Formación y cuestiones de investigación. *PNA*, 1(4), 139–159. <https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/4716/Flores2007Profesores.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

- Fontana, M. I. (2018). A pesquisa na formação continuada de professores: desafios do programa de desenvolvimento educacional do Paraná. *Momento: Diálogos Em Educação*, 27(2), 248–263.
- Gellert, U. (2014). La formación de profesores de matemática: hacia una teoría de lo práctico. *Revista Integra Educativa*, 7(1), 69–81.
- Guskey, T. R. (2002). Professional development and teacher change. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, 8(3), 381–391. <https://doi.org/10.1080/135406002100000512>
- Guyot, V. (2011). La enseñanza de las ciencia. Un análisis de la práctica docente. In Autora (Ed.), *Las prácticas del conocimiento. Un abordaje epistemológico. Educación - Investigación - Subjetividad* (pp. 37–49). Lugar.
- Korthagen, F. A. J. (2001). Linking practice and theory: The pedagogy of realistic teacher education. In *Meeting of the American Educational Research Association*, Seattle.
- Korthagen, F. A. J. (2010). La práctica, la teoría y la persona en la formación del profesorado. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 24(2), 83–101.
- Larrosa, J. (2002). Notas sobre a experiência e o saber de experiência. *Revista Brasileira de Educação*, 19, 20–28.
- López, L. S., & Toro-Álvarez, C. (2008). Formación de docentes en la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas en la Red de Comprensión Lectora y Matemáticas - CCyM, segunda etapa. *Universitas Psychologica*, 7(3), 753–765.
- Manrique, A. L., Silva, D. da, & Machado de Lima, M. A. (2011). Formação inicial e continuada: contribuições para o desenvolvimento. *Praxis & Saber*, 2(3), 87–102.
- Nacarato, A. M. (2016). A parceria universidade-escola: Utopia ou possibilidade de formação continuada no âmbito das políticas públicas? *Revista Brasileira de Educacao*, 21(66), 699–716. <https://doi.org/10.1590/S1413-24782016216636>
- Parada, S. E., & Pluvinage, F. (2014). Reflexiones de profesores de matemáticas sobre aspectos relacionados con su pensamiento didáctico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(1), 83–113. <https://doi.org/10.12802/relime.13.1714>
- Ponte, J. P. da. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. En N. Planas (Ed.), *Issue Teoría, crítica y práctica de la educación matemática*. (pp. 83-98). Graó.
- Ramos-Rodríguez, E., Martínez, P. F., Da Ponte, J. P., & Verdejo, A. M. (2015). Desarrollo profesional del docente de matemáticas a través de sus tareas para el aula propuestas en un curso de formación. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, 29(51), 389–402. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a20>
- Santana, E., Serrazina, L., & Nunes, C. (2019). Contributions of a formative process for the professional development of teachers involved. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 22(1), 11–38. <https://doi.org/10.12802/RELIME.19.2211>
- Schoenfeld, A. H. (2011). Toward professional development for teachers grounded in a theory of decision making. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 43(4), 457–469. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0307-8>
- Schön, D. (1983). *El profesional reflexivo. Cómo piensan los profesionales cuando actúan*. Paidós.
- Solar, H., Ortiz, A., & Ulloa, R. (2016). MED: In-service instructional model for mathematics teachers based on experience. *Estudios Pedagógicos*, 42(4), 281–298. <https://doi.org/10.4067/S0718-07052016000500016>
- Villarreal, M., & Esteley, C. (2014). Las potencialidades de la narrativa en la formación de profesores. *Revista de Enseñanza de La Física*, 26(1), 23–36. <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/revistaEF/article/view/9497>
- Zapata-Cardona, L. (2020). Colaboración entre Profesores de Estadística e Investigadores: Aportes al Desarrollo Profesional. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 34(68), 1285–1303. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n68a21>
- Zapata-Cardona, L., & Gómez, G. (2017). Imágenes de los profesores sobre la estadística y su enseñanza. *Educación Matemática*, 29(1), 61–89.
- Zaslavsky, O., Chapman, O., & Leikin, R. (2003). Professional development of mathematics educators: Trends and tasks. In A. Bishop, M. A. K. Clements, C. Keitel-Kreidt, J. Kilpatrick, F. K. -S Leung. (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education*, (pp. 877–917). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-010-0273-8\\_28](https://doi.org/10.1007/978-94-010-0273-8_28)
- Zeichner, K. M. (1993). El maestro como profesional reflexivo. *Cuadernos de Pedagogía*, 220, 44–49.

## **Comunicación Breve**

### **CA-EMFP-2**

#### **El impacto de la Tecnología en la Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática**

**Maximiliano LABORDA CAFFARONE**  
**maxilaborda92@gmail.com**

**Facultad de Ciencias Exactas y Naturales**  
**Universidad Nacional de La Pampa, Argentina**

### **Resumen**

La propuesta se enmarca en el proyecto de investigación “Prácticas de formación de profesorado, configuraciones epistemológicas de identidad profesional” Res. 526/19 FCEyN UNLPam, en un estudio a partir de los dispositivos residenciales, últimos recorridos del Campo de las Prácticas Educativas de la carrera. Extensa bibliografía en educación señala la importancia de la incorporación de tecnologías para la enseñanza estratégica de la matemática. El objetivo de este trabajo se centra en analizar usos, sentidos y relaciones con el saber que se proponen en el currículum real en las residencias en Matemática, en prácticas mediadas por la tecnología, a partir de pensarla como un recurso de intervención docente que provoque aprendizajes relevantes. Se trabaja desde metodologías cualitativas de análisis de casos. El corpus empírico se selecciona a partir de una muestra intencional tomada de las producciones -planificaciones/registros de clase/avances de experiencias- de las cohortes 2018 y 2019, de propuestas educativas completamente implementadas en aulas de educación secundaria. El análisis permite concluir si las mediaciones tecnológicas habilitan posibilidades educativas de valor formativo, si se utilizan para exposiciones magistrales del profesor/a, si se usa como complemento para ampliar contenido del libro, si el campo conceptual de la matemática impone unas restricciones o si la impronta la marca del docente -independientemente del recurso- desde su propio sello profesional de prácticas.

**Palabras clave:** Matemática. Aprendizaje. Enseñanza. Mediaciones Tecnológicas. Relaciones con el saber.

## **Delimitación del Problema y Marco Referencial**

El estudio se enmarca en el proyecto de investigación “Prácticas de formación de profesorado, configuraciones epistemológicas de identidad profesional” Res 526/19 FCEyN UNLPam, en un estudio a partir de los dispositivos residenciales, últimos recorridos del Campo de las Prácticas Educativas de la carrera. Extensa bibliografía en educación señala la importancia de la incorporación de tecnologías para la enseñanza estratégica de la matemática. Como viene expresando Pedro Gómez (1997) desde hace un par de décadas, las nuevas tecnologías posibilitan el manejo dinámico de múltiples sistemas de representación dentro de esquemas interactivos, proveen grandes oportunidades en la construcción del conocimiento, habilita para que la/el alumna/o viva una nueva experiencia matemática, pueda manipular los objetos matemáticos y sus relaciones y pueda pasar de utilizarlos como herramientas procedimentales en procesos esencialmente algorítmicos a verlos como objetos matemáticos con características propias y que pueden ser utilizados en la construcción de otros objetos y otras relaciones. Ahora bien, las experiencias serán productivas siempre que se considere la complejidad del contenido matemático, la complejidad de los procesos cognitivos involucrados, el papel de los diseñadores de las currículas y el rol fundamental del profesor en el diseño y en la implementación de las situaciones didácticas (p. 94). En este marco, el objetivo de este trabajo se centra en analizar usos, sentidos y relaciones con el saber que se proponen en el currículum real en las residencias en Matemática, en prácticas mediadas por la tecnología, a partir de pensarla como un recurso de intervención docente que provoque aprendizajes relevantes.

Resulta un aporte a este estudio, el trabajo de Verónica Hoyos Aguilar (2011) de análisis de las concepciones de docentes desde sus prácticas y usos de las tecnologías digitales. Allí, recupera un trabajo de Ruthven y Hennessy (2002) en el que las ideas de las/os profesoras se declaran en términos de diversos constructos: mejorar el ambiente, asistir en los intentos de los estudiantes, facilitar la rutina, acentuar elementos clave de los temas en estudio, intensificar el compromiso de los estudiantes en las tareas y en la producción de la actividad, y aumentar la atención. En un estudio posterior, Ruthven (2007) señala que, aquellos constructos significarían una expresión de deseo y que se podían identificar cinco formas de enseñanza con uso de tecnologías digitales: (a) una modalidad clásica de incorporación en que el profesor explica un tema frente al grupo utilizando un cañón, una laptop que él manipula y un software; (b) una versión modificada del patrón de incorporación clásico que añade la interacción del maestro con los estudiantes a través del planteamiento de preguntas, que incluye herramientas digitales apropiadas para justificar o confirmar cálculos complejos; (c) casos en que las ejecuciones del maestro se basan en la instrumentación de la actividad dirigida por un guión y el profesor es capaz de orquestar el trabajo en el aula con las computadoras, y principalmente dirige el trabajo de los estudiantes por medio de guías o plantillas, (d) se aprecia una orquestación por parte del maestro del trabajo de los estudiantes con la computadora, pero se añade el uso de otras herramientas tecnológicas y se busca la conciliación/negociación de resultados y significados; (e) cambio importante del enfoque de la actividad, que pasa de centrarse en las intervenciones del profesor a centrarse completamente en las ejecuciones de los estudiantes, la enseñanza gira en torno de un trabajo cooperativo focalizado en la apropiación de la tecnología por parte de los estudiantes.

Desde un análisis proveniente del proyecto EMAT –Enseñanza de Matemáticas con Tecnología– de México, Sonia Ursini (2006) señala que, son pocos los estudios que determinan cuál es el aprendizaje matemático real que logran las/os alumnas/os cuando se usa la tecnología como apoyo para la enseñanza de estas materias, sin embargo hay señales contundentes del incremento en términos de motivaciones y “es muy común encontrar a los estudiantes fuertemente involucrados en discusiones alrededor de problemas matemáticos” (p. 41). Este primer paso, expresa la autora, necesita otro paso fundamental como es el de “fortalecer la formación de los profesores, sea en el aspecto matemático como en el pedagógico” (p. 41).

Desde una dimensión epistemológica, Mónica Villarreal (2012) analiza a partir de casos en la enseñanza de la matemática los modos en que diferentes medios, herramientas y tecnologías han condicionado y reorganizado la educación y la construcción de conocimiento. Desde tecnologías que hoy resultan invisibles de tan naturalizadas, pasando por el caso de la geometría euclídea como ciencia de la regla y el compás –en que la definición misma de la producción geométrica está configurada por los instrumentos utilizados–, o la demostración del reconocido Teorema de los Cuatro Colores realizada valiéndose de cálculos realizados en una computadora, da cuenta de cómo “el conocimiento se constituye también por los medios que lo producen” (p. 81) y de qué manera la utilización de diferentes tecnologías ha transformado los modos de producción. Recorre desde las frecuentes recomendaciones de utilización de materiales manipulativos a las resistencias a usar calculadoras bajo argumentos de causar ineficiencia y atribuyéndoles la fuerza que impide que la/el alumna/o razona. La autora ratifica, junto a otros investigadores, que el desafío está en pensar qué nuevos tipos de conocimientos y prácticas matemáticas pueden emerger como consecuencia del acceso y uso de las nuevas tecnologías digitales. Los posicionamientos de la autora orientan este trabajo en los condicionamientos que la diferentes tecnologías generan en la construcción del conocimiento, el desafío de crear ambientes de

aprendizaje que se constituyan en escenarios de estudio, en las recomendaciones para siempre mantener autonomía frente a las tecnologías, y en la inevitable reconfiguración de un currículum, o como lo llama Moreno Armella (2011), una erosión curricular, para abandonar contenidos obsoletos ante la mediación de la tecnología o la posibilidad de advertir cuando esa tecnología sólo funciona como “barniz” de actualizaciones sosteniendo inalterables clases y metodologías de enseñanza.

Desde otro enfoque, Area Moreira (2008) organiza unos criterios para la actuación y uso con las tecnologías en las prácticas de aula: lo relevante debe ser siempre lo educativo, no lo tecnológico; las TIC no tienen efectos mágicos sobre el aprendizaje ni generan automáticamente innovación educativa, es el método o estrategia didáctica junto con las actividades planificadas las que promueven un tipo u otro de aprendizaje; se deben utilizar las TIC de forma que el alumnado aprenda haciendo cosas con la tecnología; las TIC deben utilizarse tanto como recursos de apoyo para el aprendizaje académico de las distintas materias curriculares como para la adquisición y desarrollo de competencias específicas en la tecnología digital e información; se debe propiciar que el alumnado desarrolle con las TIC tareas tanto de naturaleza intelectual como de interacción social; las TIC deben ser utilizadas tanto para el trabajo individual como para el desarrollo de procesos de aprendizaje colaborativo entre grupos de alumnos tanto presencial como virtualmente; cuando se planifica una lección, unidad didáctica, proyecto o actividad con TIC, debe hacerse explícito no sólo el objetivo y contenido de aprendizaje curricular, sino también el tipo de competencia o habilidad tecnológica/informacional que se promueve en el alumnado; debe evitarse la improvisación y la utilización de las TIC no debe considerarse ni planificarse como una acción ajena o paralela al proceso de enseñanza habitual (pp. 5-6). Posteriormente, Área Moreira, González, Cepeda y Sanabria (2011) ratifican un uso de la tecnología que no ha implicado innovación ni renovación de prácticas de enseñanza tradicionales de transmisión de contenidos, en el mejor de los casos “una práctica ad hoc, añadida o anexa a la enseñanza habitual de las asignaturas” (p. 198), para reforzar o consolidar contenidos. Y en Area, Hernández y Sosa (2016) caracterizan dos tipos de modalidades de uso de las tecnologías: un modelo de integración didáctica débil –las TIC no desplazan a los materiales tradicionales, el texto escolar o tareas con esas lógicas siguen siendo el recurso más frecuentemente empleado, enseñanza expositiva y de reproducción del conocimiento–, y un modelo de integración didáctica intensa – empleo frecuente de las TIC, trabajo individual como grupal, exposiciones del docente y de los estudiantes, en una perspectiva más activa del aprendizaje, dentro de los enfoques y estrategias metodológicas que ya posee el docente, sin que suponga una ruptura con su práctica habitual–.

Todos posicionamientos que colaboran con el análisis y las reflexiones que desarrollamos en este trabajo.

### **Metodología**

La metodología de trabajo se enmarca en las líneas de la investigación cualitativa, en el análisis de casos, a partir de una muestra intencional o basada en criterios. El interés reside en la comprensión de las participaciones de los diferentes actores involucrados en tanto fuentes analizadas en el contexto en que se producen. El corpus empírico está tomado de producciones de residentes de las cohortes 2018 y 2019. La recolección de información se proyecta de manera tal de poder captar complejidades de las prácticas. Se propone trabajar a partir de materiales recopilados desde aquellas experiencias, en el marco de las dinámicas habituales institucionales y en un desempeño de roles propios del desarrollo de las prácticas usuales de formación de profesorado. Las unidades de análisis quedan constituidas por las producciones -planificaciones, registros de clase, avances de experiencias- de propuestas educativas completamente implementadas por las/los residentes en aulas de educación secundaria.

### **Los Casos**

De las propuestas de las/os residentes recuperamos los siguientes casos para el análisis:

. Funciones racionales, 5to año de la educación secundaria. Objetivos de la actividad: Utilizar expresiones, funciones racionales y graficarlas. Utilización de la tecnología: uso del programa GeoGebra como estrategia dinámica en la construcción de un modelo matemático.

Algunas relaciones con el saber: En la propuesta luego de la construcción de la fórmula del problema se invita a graficar la función racional, a partir de una tabla de valores. Para esto se usa el programa GeoGebra. Lo interesante de la propuesta es cómo se va rompiendo o abriendo otras alternativas al gráfico polinómico. Las/os alumnas/os comienzan eligiendo algunos puntos al azar, no advierten nada inusual en el gráfico y, con la intervención del residente, se guía el análisis a lugares problemáticos de este tipo de funciones. De esta manera no se imponen, se van construyendo las hipérbolas, se van caracterizando esas distribuciones de puntos y los alumnos construyen el gráfico de una función racional.

. Razones Trigonométricas y resolución de triángulos rectángulos, 4to año de la educación secundaria. Objetivo de la actividad: Resolver triángulos rectángulos en el espacio, utilizando las razones trigonométricas.

Utilización de la tecnología: Se emplea la aplicación App Transportador. Smart Protractor para medir ángulos en espacio.

Algunas relaciones con el saber: La importancia de este uso radica en que permite trabajar en problemas extramatemáticos, donde el compás tiene limitaciones. La utilización de esta tecnología puede llegar a provocar nuevas relaciones en la concepción del ángulo, vinculado a su medición en el espacio. Seguramente otro factor que juega aquí es la motivación, para resolver la ejercitación, y en el contexto del problema, contribuye a darle sentido y significado al concepto.

. Sistema de ecuaciones, 4to año de la educación secundaria. Objetivos de la actividad: Resolver sistemas de ecuaciones gráficamente mediante el software GeoGebra e interpretar las soluciones que arrojan. Utilización de la tecnología: se utilizó GeoGebra con el sentido de agilizar la construcción de los gráficos de los sistemas de ecuaciones y debido al insuficiente manejo algebraico de las/os alumnas/os.

Algunas relaciones con el saber: Se realizan los gráficos utilizando GeoGebra para resolver los sistemas de ecuaciones, es decir, para poder identificar las posibles soluciones e introducir la clasificación de los sistemas independientemente de (sin realizar) las resoluciones algebraicas. Haya sido parte de los propósitos docentes o no, se reconocen sistemas compatibles determinados o indeterminados o sistemas incompatibles sin la resolución algebraica. Interesante debate educativo podría generarse a partir de esa práctica.

. Semejanza, 4to año de la educación secundaria. Objetivos de la actividad: Reconocer casos que ejemplifican la auto similitud, identificar razones de semejanza y construir los cuatro criterios de semejanza. Utilización de la tecnología: Se utiliza la aplicación App Math Art Sierpinski. para visualizar, comprender y reconocer la construcción del triángulo de Sierpinski. Luego no se advierte si las/os alumnas/os utilizan la aplicación para resolver la actividad, o solo se utiliza para introducir la autosimilitud.

Algunas relaciones con el saber: en la actividad se les propone a las/os alumnas/os que, a través de datos de diferentes triángulos -que pertenecen a un nivel del triángulo de Sierpinski- puedan construir otro que es dos niveles superiores mediante la razón 2. El objetivo es institucionalizar los cuatro criterios de semejanza de triángulos a partir de los triángulos dados en la actividad. Se puede advertir que se proponen casos de triángulos direccionados al objetivo propuesto y sin que las/os estudiantes puedan comprender las selecciones de los datos de tales triángulos y apliquen mecánicamente la razón 2 para resolver la situación.

Funciones Cuadráticas, 4º año la educación secundaria. Objetivo de la actividad: Analizar puntos notables de la función cuadrática. Utilización de la tecnología: MPL (movimiento de partículas libres), es un simulador de lanzamiento de proyectiles que se utilizó para presentar las trayectorias parabólicas, involucrando diferentes variables como, aire, forma, tamaño y material del objeto lanzado. En la secuencia se utiliza este simulador en la introducción de la propuesta de enseñanza. Según las palabras del docente, el simulador, no sólo cumplió bien su papel, sino que además brindó la posibilidad de abrir el diálogo a otros fenómenos, para que la clase contara con matices relacionados a deportes y lanzamientos de proyectiles.

Algunas relaciones con el saber: En este caso el uso de la tecnología fue un gran aporte para motivarlos brindando un contexto al modelo parabólico, permitiendo observar las variaciones para concluir el debate en un entorno más abstracto/matemático buscando los diferentes datos de la función cuadrática que la caracterizan.

### **Consideraciones Finales**

Desde la investigación que recuperamos en el marco teórico se viene expresando hace décadas que las nuevas tecnologías permiten un manejo más dinámico de alternativos sistemas de representación, con fuerza en actividades de intercambio, que brinda buenas oportunidades en la construcción conceptual, sin descuidar que las/os alumnas/os puedan experimentar, que se puede logra utilizar procedimientos algorítmicos y disponer de ellos instrumentalmente tanto como se puede lograr una apropiación como objetos matemáticos. También resultan muy importantes los aspectos motivacionales, comunicativos y de interacciones y cooperación entre estudiantes compartiendo saberes. Y aunque mucha bibliografía señala que todo eso ha resultado más una expresión de deseo que un logro, marca las perspectivas desde las que nos posicionamos para el análisis de los casos, para pensar en las mediaciones tecnológicas como contribuciones a la construcción de relaciones con el saber matemático. El interés no está en identificar usos de la tecnología para un entretenimiento en sí mismo, sino para el logro de mejores/mayores/más complejos acercamientos al conocimiento matemático escolar.

Tales posibilidades se pudieron identificar en las situaciones de utilización de programas graficadores como herramientas dinámicas para la construcción del modelo matemático de las funciones racionales, en el uso de una aplicación para medir ángulos en contextos donde otra tecnología como el compás tiene sus límites, para provocar nuevas relaciones de la concepción del ángulo y también en la motivación lograda al trabajar cuestiones trigonométricas en contextos extra-matemáticos promoviendo la construcción de nuevos sentidos.

Por otra parte, uno de los planteamientos para seguir buscando elementos de análisis y de comprensión, se genera a partir del caso de los sistemas de ecuaciones lineales. Si la realización de gráficos para elaborar un significado de clasificación de los sistemas permitió enfrentar la situación educativa y las/os estudiantes continúan su recorrido escolar sin haber considerado formas algebraicas de resolución, nos preguntamos si se traducirá en una erosión del conocimiento. El trabajo alrededor de procedimientos que parecen poder sustituirse por desarrollos algorítmicos como la resolución de ecuaciones, están muy bombardeados hoy ante la utilización de aplicaciones sencillas que se instalan en cualquier celular. Los cuestionamientos se mueven alrededor de si lo que se ofrece desde las intencionalidades y las intervenciones docentes es sólo trabajo algorítmico y entonces se justificaría la utilización de esas aplicaciones y el contenido algebraico quedaría erosionado o, si se necesita el trabajo algebraico que queda invisibilizado y con eso se pierden oportunidades educativas. Por otra parte, muchos niegan el uso de esas aplicaciones, bajo argumentos no caer en usos irreflexivos – y nos preguntamos si no se trata de las mismas citadas resistencias por las cuales usar calculadora impide que las/os estudiantes razonen– aunque todos los procedimientos se trabajen en la repetición de un paso a paso a lápiz y papel. ¿Cuál es el razonamiento para la resolución de una ecuación? ¿Qué utilidad tiene resolver una ecuación “a mano” ante la aplicación? ¿No resultará más formativo las/los estudiantes se apropien de otros saberes aprovechando la tecnología en situaciones de análisis más complejas y cotidianas dejando de lado lo algorítmico? Todo demanda seguir analizando de qué manera la utilización de la tecnología modifica los modos de producción. El caso del trabajo con los triángulos de Sierpinski y la auto-similitud como propiedad de los fractales, puede analizarse como la oportunidad de aprovechar un intersticio curricular desde la noción de semejanza. Sin embargo, la actividad que consigna la aplicación mecánica y aleja a las/os estudiantes de la comprensión, invita a reflexionar. En esa propuesta un docente podría depositar un valor instrumental en la utilización de la razón obtenida por la proporcionalidad de las longitudes correspondientes, al cuantificar la auto-similitud para construir el objeto matemático Semejanza. También se podría tratar de una práctica que sostiene las mismas lógicas de las tan descritas modalidades tradicionales de formatos aplicativos sólo presentadas desde vestiduras de tecnologías más innovadoras, que presenta como modalidades de integración didáctica intensa sin que implique rupturas con prácticas en las racionalidades más tecnicistas. Por último, se identifica que la utilización del simulador favorece los procesos de enseñanza y de aprendizaje de modelos parabólicos, con situaciones concretas de lanzamientos de proyectiles, en que el software permite el manejo dinámico de variados sistemas de representación, permitiendo vincular con saberes previos, motivando, habilitando la interacción, de acuerdo con el citado modelo de integración didáctica intensa. Estas conclusiones provisionales demandan seguir analizando casos y nos orientan a seguir estudiando de qué manera las mediaciones tecnológicas impactan en las relaciones con el saber y en los modos mismos de producción del conocimiento, todas reflexiones que resultan de un gran valor formativo en el profesorado.

### **Referencias Bibliográficas**

- Area Moreira, M. (2008). La innovación pedagógica con TIC y el desarrollo de las competencias informacionales y digitales. *Investigación en la Escuela*. N° 64, pp. 5-18.
- Area Moreira, M.; Cepeda, O.; González, D. y Sanabria, A. (2011). Un análisis de las actividades didácticas con tic en aulas de educación secundaria. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, núm. 38, pp. 187-199. ISSN: 1133-8482.
- Area, M. Hernández, V. & Sosa, J. J. (2016). Modelos de integración didáctica de las TIC en el aula [Models of educational integration of ICTs in the classroom]. *Comunicar*, 47, pp. 79-87.
- Gómez, P. (1997). Tecnología y Educación Matemática. *Informática Educativa*, 10(1), pp. 93-111.
- Hoyos Aguilar, V. (2011). La práctica de la enseñanza de las matemáticas en el nivel medio superior usando tecnologías digitales. Universidad Pedagógica Nacional. *XI Congreso Nacional de Investigación Educativa. Entornos Virtuales de Aprendizaje*. ISBN 978-607-7923-02-2. Consejo Mexicano de Investigación Educativa.
- Ruthven, K. (2007). Teachers, technologies and the structures of schooling. In D. Pitta-Pantazi & G. Philipou (Eds.), *Proceedings of the V Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME5* (pp. 52–67). Cyprus: Larnaca.
- Ursini, S. (2006). Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT). pp. 25-41. En Rojano, T. (ed) *Enseñanza de las Física y las Matemática con Tecnología: Modelos de transformación de las prácticas y la*



*interacción social en el aula*. Organización de Estados Iberoamericanos y Secretaría de Educación Pública. México. ISBN 970-790-885-8.

Villarreal, M, (2012). Tecnología educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. *Virtualidad, Educación y Ciencia*, ISSN-e 1853-6530, Vol. 3, N° 5, 2012, pp. 73-94.

## **Comunicación Breve**

### **CA-EMHM-1**

#### **Entre el consenso y el desconocimiento sobre la Historia de la Matemática en la Enseñanza**

**Carlos DÍAZ SERRUCHE**

**Cardiaz\_27@yahoo.es**

**Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Perú**

### **Resumen**

Para educadores y en especial para los profesores de matemática, la historia de la matemática es un excelente recurso para la enseñanza de la matemática, lo curioso es que a pesar del consenso en ese aspecto, pocas veces encontramos en el desarrollo del curso de matemática en la educación básica regular, la historia de la matemática como recurso para la enseñanza; a pesar que hoy en día hay muchas publicaciones de investigaciones, proyectos y experiencias realizadas en diferentes partes del mundo que comunican los buenos resultados en el aprendizaje de los estudiantes, haciendo uso de la historia de la matemática. Esta aparente contradicción en parte puede ser explicada, en función a dos cuestiones que son fundamentales, la primera el predominio de la concepción lógica y formal de la matemática, la cual exige rigurosidad en su aprendizaje, así como en su enseñanza. Desde este punto de vista la matemática puede y debe enseñarse al margen del contexto histórico y social, tal es así que el 53 % de los profesores considera que la matemática ante todo es una ciencia lógica y formal. La segunda cuestión es el conocimiento y dominio de la historia de la matemática, la formación profesional se ha ocupado en la enseñanza de la matemática como producto acabado y se ha centrado en la enseñanza de los axiomas, teoremas y procedimientos, dejando de lado su historia, por eso encontramos que el 31% de los maestros utiliza la historia de la matemática a veces, y 59% casi nunca.

**Palabras clave:** Historia de la Matemática. La Enseñanza de la Matemática.

## El consenso sobre la Historia de la Matemática y la Enseñanza

Hay consenso entre los maestros, para ser más precisos la mayoría está de acuerdo que la historia de la matemática puede facilitar la enseñanza de la matemática en el nivel básico regular; evidencia de ello, son los múltiples libros y artículos sobre historia de la matemática y la enseñanza, la historia de la matemática como recurso didáctico en general, que han sido publicados, a los cuales podemos acceder con mayor facilidad gracias al internet, artículos que dan cuenta de las ventajas que tiene la historia de la matemática en la enseñanza, tal como lo menciona:

Sierra (2002) “en los últimos años ha crecido extraordinariamente el interés por introducir una perspectiva histórica en la enseñanza de las matemáticas. Esta tendencia no es nueva, ya que desde la creación de los sistemas nacionales se han levantado voces a favor de dicha tendencia. Los trabajos pioneros de Branford, de Smith, y, entre otros, de Rey Pastor y Puig Adam, son una muestra de ello” (p.93).

Por otro lado, hay estudios e investigaciones y prácticas educativas diversos que dan una idea de los aportes de la historia de la matemática en la enseñanza - aprendizaje, lo paradójico es que a pesar que hay consenso entre los maestros sobre la importancia que tiene la historia de la matemática en la enseñanza, aún hay muchas limitaciones en su aplicación como recurso didáctico en la enseñanza, tal como se muestra en los resultados de la investigación realizada.

Veamos, como responden los maestros de matemática de educación básica regular, frente a la pregunta que relaciona la historia de la matemática y la enseñanza.

1. Consideras que la enseñanza de la matemática, puede realizarse mediante la historia de la matemática.

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
No opinaron	6	22%
A veces	1	3%
Casi nunca	1	3%
Casi siempre	7	22%
Siempre	17	51%
Total	32	100.0

El 51% de los maestros considera que siempre se puede enseñar matemática mediante su historia y el 22% casi siempre, haciendo un total de 73% que considera que puede enseñarse matemática mediante su historia. Pero este porcentaje no se corresponde con lo que sucede en el aula, ya que solo el 6% lo utiliza con frecuencia.

2. Según su experiencia, los profesores que conoce, con qué frecuencia utilizan la historia de la matemática en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje.

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
A veces	10	31%
Casi nunca	19	59%
Casi siempre	2	6%
Nunca	1	3%
Total	32	100.0

Los maestros que participaron en el estudio tienen la percepción que casi nunca utilizan la historia de la matemática en la enseñanza, lo cual representa 59%.

### **Factores que intervienen en la Enseñanza de la Matemática y la Historia de la Matemática**

Si bien hay consenso sobre la importancia que tiene la historia de la matemática en la enseñanza, está aún, muy lejos de ser una práctica regular de los maestros en las aulas, por varias razones, pero considero que hay dos principales, entre ellas la concepción predominante de ciencia abstracta que se tiene sobre la matemática, la cual orienta de forma natural al maestro a centrar la enseñanza de la matemática a partir de la exposición de los axiomas, teoremas y procedimientos, dejando de lado el contexto que ha motivado la discusión y elaboración de ese capítulo, o campo matemático, por otro lado influye el desconocimiento o poca profundidad del conocimiento de la historia de la matemática por parte del maestro, lo cual es producto de su proceso formativo. Es más históricamente la enseñanza de la matemática ha partido y se ha reproducido desde un enfoque epistemológico racionalista, que considera al pensamiento matemático o la matemática como una construcción estrictamente lógica y racional, que es deducida a partir de un pequeño número de proposiciones axiomáticas, es por ello, que el sentido la enseñanza de la matemática se centra en la exposición de los axiomas y procedimientos de carácter lógico algorítmico. Esta forma de concebir a la matemática es predominante tal como se muestra a continuación.

3. Para usted como profesor, la matemática es sobre todo :

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
Es una ciencia abstracta lógica y formal	17	53%
Un curso que se debe enseñar	1	3%
Una herramienta a utilizar	14	44%
Total	32	100%

El 53% de los maestros reconoce a la matemática como ciencia abstracta, y es muy probable que en su forma de enseñar predomine el énfasis en los axiomas, teoremas y procedimientos algorítmicos; sin embargo, muchas veces los maestros de escuela reproducen los esquemas tradicionales de sus propios maestros universitarios.

Moreno y García (2008) cita a Gascón y Sierpinski y Lemán(1996), consideran que los escritos de Lakatos de los años setenta (siglo XX), sobre la naturaleza de la matemática es establece la idea de que la epistemología euclidiana enmarco el pensamiento racionalista que por más de dos milenios, propuso que el conocimiento matemático se deducía a partir de un pequeño número de proposiciones axiomáticas, que encerraban verdades evidentes, enunciadas en términos que denominaban primitivos por considerar que eran del conocimiento del usuario de la matemática (p.223).

Tradicionalmente la matemática se enmarca predominantemente en el campo del logicismo expresado en su estructura lógica; formalista expresados en sus sistemas teóricos, e intuicionista ya que se puede deducir y llegar conclusiones seguras, si respetamos sus principios y procedimientos lógicos. En otras palabras, la matemática se entiende como una ciencia abstracta, puramente racional, que parte de principios lógicos, en ese sentido la matemática puede ser enseñada en un sentido a histórica. Esta noción formal de la matemática ha generado enfoques clásicos de la enseñanza centrada en aspectos teóricos y técnicas procedimentales, en la medida que la enseñanza se centra en los productos acabados y no en los procesos que se desarrollaron para llegar a esos productos acabados. Es así, que la enseñanza de la matemática debe dar cuenta de la evolución de los conceptos y procedimientos al margen del proceso histórico social, tal como lo menciona: Moreno y García (2009). “El teoricismo para Gascón coloca el énfasis en los conocimientos terminados y estructurados en teorías al estilo euclidiano, presta poca atención a la actividad matemática desarrollada durante la construcción de la teoría, sólo se interesa por el resultado final” (p.224).

Asimismo, se asumía que el conocimiento matemático podía ser descrito en su totalidad a través de hechos explícitos, tales como demostraciones, procedimientos y gráficos. En lo concerniente al aprendizaje de aspectos

formales de esta disciplina matemática, tal perspectiva influyó por años la enseñanza de la Matemática (Ernest, 1998).

### **El desconocimiento de la Historia de la Matemática**

Por mucho tiempo, se viene discutiendo la pertinencia o no de la incorporación de la historia de la matemática en los planes de estudio para la formación de profesores de matemática. En algunas casas de estudios se ha incluido el eje histórico en la formación profesional, pero aún no es una política general.

Foncesa (2013) Aunque es claro que los conocimientos matemáticos y pedagógicos son indispensables en la formación de profesionales en educación Matemática, la capacidad para enseñar Matemática y todo lo que esto implica en primaria o secundaria no reside solamente en poseer estos conocimientos (Hill, Rowan y Ball, 2005). El docente de Matemática debe desarrollar, además, conocimientos que le permitan entender el orden lógico de los contenidos matemáticos según la percepción de los matemáticos puros y acorde con los libros de texto y planes de estudios; así como entender la percepción de los estudiantes de dichos contenidos, en concordancia con sus edades y desarrollo mental. También requiere de conocimientos que le permitan ubicar la utilidad de los contenidos fuera y dentro del contexto escolar, conectar estos con otros temas y disciplinas, y conocer su evolución en el tiempo. En otras palabras, los conocimientos y experiencias deben incluir elementos explícitos y tácitos del contenido mismo, así como de pedagogía, psicología e historia (p.4).

Si bien es cierto que algunas universidades han incluido la historia de la matemática en sus programas de formación de profesores de matemática, aún no se refleja en el desempeño profesional, tal es así que.

4. ¿Por qué crees que no se utiliza muy seguido la historia de la matemática en las sesiones de aprendizaje?

Opciones	Frecuencia	Porcentaje
No respondieron	1	3.1
No se conoce de historia de la matemática.	13	40.6
No se conoce y no se sabe cómo utilizar la historia de la matemática en la sesión.	10	31.2
Se conoce la historia de la matemática, pero no se sabe cómo utilizarla en la sesión de aprendizaje.	8	25.0
<b>Total</b>	<b>32</b>	<b>100.0</b>

Los propios maestros consideran que 40,6% desconoce la historia de la matemática, mientras que el 31,2 % no solo desconoce, también no sabrían como introducir la historia de la matemática en la enseñanza de la matemática, este resultado podría estar relacionado con el bajo con el bajo dominio de la disciplina matemática por parte de los profesores en el nivel básico regular, En ese sentido Díaz (2018). “Los estudiantes que tienen alto rendimiento académico, tienen mayor conocimiento de historia de la matemática, esta correlación hace que este mejor preparado para desempeñarse como profesor de matemática en un futuro próximo” (p.689).

Por otro lado, sentencia Heiede (1992). “Si ustedes no son conscientes que las matemáticas tienen una historia, entonces no han enseñado matemáticas, ya que han estado privados de una parte imprescindible de ella. [...], pero ustedes no son profesores de matemáticas si no enseñan también la historia de las matemáticas cuando enseñan matemáticas” (p. 152). A partir de estas reflexiones podemos plantear conclusiones tentativas.

### **Conclusiones**

Si bien hay muchas reflexiones y propuestas innovadoras sobre cómo enseñar matemáticas en el nivel básico regular, aún existe una marcada tendencia en la práctica docente a la enseñanza de la matemática centrada en

los procedimientos algorítmicos, lo cual es consecuencia del predominio de una concepción más racional de la matemática, que es expresión de su proceso formativo universitario.

La mayoría de los maestros de escuela, coincide que la historia de la matemática puede ayudar en la enseñanza de la matemática, pero esta tendencia no se corresponde con lo que sucede en las aulas, ya que solo el 6% de los maestros utiliza con cierta frecuencia la historia de la matemática en las sesiones de aprendizaje. Lo cual refleja que aún no hay un manejo amplio de la historia de la matemática por parte de los profesores de educación básica regular.

El conocimiento de la historia de la matemática, está en correlación directa con el dominio del contenido disciplinar por parte de los maestros, ya como muestra en el estudio citado líneas arriba, en el cual se determina, los que tienen alto rendimiento académico conocen más de historia de la matemática que aquellos que tienen bajo rendimiento.

La historia de la matemática sigue siendo un recurso didáctico por explorar, pero requiere del maestro mayor profundidad en el conocimiento disciplinar para poder conocer cada detalle que motivó el desarrollo de los diferentes tópicos de la matemática en el marco del desarrollo histórico-social de la humanidad.

### **Referencias Bibliográficas**

- Díaz Serruche, C. (2019) Los que tienen alto rendimiento en Matemática, conocen más de historia de Matemática que quienes tienen bajo rendimiento. *EDUCERE*, (73), 683-690. [http://saber.ula.ve/bitstream/handle/123456789/45260/articuloia\\_11.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://saber.ula.ve/bitstream/handle/123456789/45260/articuloia_11.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Ernest, P. (1998). *Mathematical Knowledge and Context*. En A. Watson (Ed.). *Situated Cognition and the Learning of Mathematics* (pp. 13-29). Oxford: University of Oxford Department of Educational Studies.
- Fonseca Castro, J. y Castillo Sánchez, M. (2013) Formación de docentes de matemática: aspectos relevantes. *Uniciencia en línea*, 27(1), 2-14. <https://www.redalyc.org/pdf/4759/475947762001.pdf>
- Heiede, T. (1992). Why Teach History of Mathematics? *The Mathematical Gazette*, 76(475), 151-157.
- Sierra Vásquez, M. (2002). El papel de la historia de la matemática en la enseñanza. *Revista de didáctica de las matemáticas*, (50), 93-96. <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/43-44/Articulo18.pdf>
- Moreno, C. y García, M. (2009). La epistemología matemática y los enfoques del aprendizaje en la movilidad del pensamiento instruccional del profesor. *Investigación y Postgrado*, 24(1), 218-240. <https://www.redalyc.org/pdf/658/65815763009.pdf>

## **Comunicación Breve**

### **CA-EMHM-2**

#### **Un Análisis Histórico de los Libros de Texto de 1º y 2º de Secundaria de la Conaliteg**

**Diana Carolina PINEDA PÉREZ**  
**diana.pineda@alumno.buap.mx**  
**Gabriel KANTÚN MONTIEL**

**Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), México**

### **Resumen**

Esta investigación en proceso busca identificar si los libros de texto de matemáticas de secundaria aprobados por la Conaliteg (Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos) en el año 2019 para primero y segundo grado presentan contenido relacionado con la historia de las matemáticas. Y, en caso de que exista contenido histórico, éste se categoriza. La revisión de los libros de texto se centra en identificar las categorías de análisis de contenido histórico a través de un análisis de contenido, las cuáles se categorizan de la siguiente manera: como una introducción general al tema; para ilustrar un concepto matemático; para presentar un problema histórico; para exponer la biografía de un matemático o matemática; y/o para presentar un dato curioso. Esto, con el fin de observar con qué frecuencia y viabilidad se presenta la historia de las matemáticas en los libros de texto, y la importancia que le dan los autores de los libros de texto de matemáticas a implementar contenido histórico.

**Palabras Clave:** Historia de las Matemáticas. Secundaria. Análisis de Contenido. Libros de Texto.

## Introducción

La historia de las matemáticas en el proceso de enseñanza y aprendizaje ha sido un aspecto que muchos docentes ignoran al momento de impartir una clase debido a diferentes circunstancias, sin considerar que cada acontecimiento histórico de esta ciencia puede brindar una herramienta útil en la medida que se establezca una relación entre el proceso de construcción formal por la que pasó una noción matemática y el proceso de aprendizaje de los estudiantes acerca de esta noción, al encontrar similitudes en las dificultades y/o obstáculos de cada aspecto. En este sentido, no cabe duda que la incorporación de la historia de las matemáticas va a permitir a los docentes obtener una fuente inagotable de recursos didácticos, de problemas interesantes, de diversión, de enriquecimiento personal, científico y profesional para el desarrollo de una clase (González, 2004), con el objetivo de motivar a los estudiantes en la adquisición de un nuevo conocimiento dentro de este campo. Por esta razón, un aspecto fundamental para investigar es la presentación de los acontecimientos históricos en los diferentes libros de texto de matemáticas de primero y segundo de secundaria.

Teniendo en cuenta esto, se pretende explorar el contenido histórico que presentan algunos libros de texto. En esta investigación nos centramos en los libros de secundaria de matemáticas que brinda la *Conaliteg*, lo que nos lleva a plantearnos el siguiente interrogante: ¿Cómo se presenta el contenido histórico en los libros de texto de matemáticas aprobados por la *Conaliteg*, a través de un análisis de contenido? Esto es importante porque “la implementación y utilización del libro de texto en el aula de matemáticas se ha producido de forma generalizada desde los inicios de la educación obligatoria hasta nuestros días, ejerciendo para ello diferentes papeles: como objeto de estudio, como material de consulta, como registro de las actividades del alumno, como colección de ejercicios propuestos y problemas a resolver” (González y Sierra, 2004, p. 389).

De esta manera, podemos pensar que esta línea de investigación en Historia de las Matemáticas es una de las fuentes a considerar para aportar al mejoramiento del proceso educativo de esta ciencia, y a que el docente empiece a reflexionar acerca de lo fructífero que puede resultar considerar la historia en sus clases, además de que puede volverse más crítico al analizar cómo se presentan algunos ejercicios de índole histórica en los libros de texto de matemáticas. Lo cual amplía su panorama acerca de esta ciencia y a no cerrarse a impartir una clase como algo que está puesto ahí, algo fijo que no da cabida a reflexionar ni a considerar otros aspectos.

Maza en 1994 mostró que si nos centramos en el docente, la historia de las matemáticas toma una forma narrativa y se convierte en el relato de una historia; pero, si nos enfocamos en los estudiantes, la historia de las matemáticas pasa a retomar un conjunto de problemas históricos que van a generar discusiones y trabajo en grupo; y es a través de esto, que propone seis formas de trabajo en el aula donde la historia de las matemáticas es crucial: (1) Introducir anécdotas históricas en el trabajo cotidiano sobre matemáticas; (2) Introducción histórica ante un nuevo concepto; (3) Resolución de problemas históricos; (4) Construir “historias” entorno a problemas críticos del pasado que ilustren métodos y técnicas actuales; (5) Construcción de posters o trabajos sobre un tema histórico; y, (6) Análisis de textos históricos.

En el proceso de *enseñanza* de las matemáticas, Sierra (2000) planteó que esta herramienta de investigación es útil para el profesor puesto que puede ayudarlo a (1) Incorporar la historia al inicio de una clase como introducción de un tema. (2) Descubrir los obstáculos, dificultades, errores y falsas creencias que presentaron los matemáticos de cada época y relacionarlos con los de los propios estudiantes, con el fin de buscar estrategias y mecanismos para que el estudiante no presente dificultades en la adquisición de su aprendizaje. (3) Visualizar la actividad matemática como una actividad incorporada en el contexto de una época.

Hay que resaltar que la historia de las matemáticas puede representar en el campo de la educación un valioso recurso, el cual permite que los docentes no den sus clases de esta ciencia como un producto lineal, terminado, exento a la crítica y al cuestionamiento (Chaves y Salazar, 2003).

Al comprender las dificultades históricas por las que pasó un objeto matemático para su formalización, el profesor puede comprender las dificultades de los estudiantes al enfrentarse a un nuevo conocimiento.



## **Método**

El método que se realiza en la investigación es de tipo cualitativo en la medida que es flexible y modificable mientras se avanza en la exploración, y se hace un análisis descriptivo a partir de la observación de los datos obtenidos en el proceso.

El trabajo de investigación incluye una revisión histórica de cada uno de los libros de texto de matemáticas de primero y segundo de secundaria aprobados por la Conaliteg en el 2019 que constan de 16 y 15 libros de texto respectivamente. De esta manera, como técnica de investigación se utiliza el análisis de contenido examinado en Fraenkel y Wallen (2009) y, en Fernández (2002).

En un primer momento, esta revisión se centra en buscar cuáles libros de texto presentan contenido histórico y, cuáles libros no tienen ningún referente histórico. Esto se piensa realizar incluyendo categorizaciones tipo Likert sobre la frecuencia de contenido histórico en cada libro de texto.

Una vez categorizado los libros de texto que presentan contenido histórico, en un segundo momento se analizan cómo se presentan los acontecimientos históricos. Para realizar la selección de los componentes históricos presentes en los libros de texto, se tuvo en cuenta toda sección con aspectos relacionados con la historia de las matemáticas y la forma en que se introduce este referente, los cuales se categorizan de la siguiente manera: como una introducción general al tema; para ilustrar un concepto matemático; para presentar un problema histórico; para exponer la biografía de un matemático o matemática<sup>1</sup>; y/o para presentar un dato curioso.

Esto, con el fin de observar la incorporación y/o la ausencia de estos referentes históricos en cada uno de los libros de texto, al mismo tiempo que se percibe la importancia que dan los autores de incorporar la historia de las matemáticas en sus libros.

## **Avances**

De manera general, se ha encontrado que la mayoría de los libros de texto analizados no incluyen secciones relacionadas con la historia de las matemáticas, y los que lo hacen es como una introducción general al tema, para ilustrar un concepto, presentar un problema histórico, dar la biografía de un matemático o matemática, y/o como un dato curioso. En las siguientes tablas se puede observar el análisis de los libros de texto de primero y segundo de secundaria que incluye el nombre del libro de texto, la editorial, y si presenta contenido histórico o no.

### **Análisis de Libros de Texto de Primer Grado**

<b>LIBRO</b>	<b>EDITORIAL</b>	<b>CONTENIDO HISTÓRICO</b>
Matemáticas 1. Infinita Secundaria.	Ediciones Castillo	Muy frecuente contenido histórico y es fructífero.
Matemáticas 1. Travesías.	Ediciones Castillo	Muy poco.
Interacciones Matemáticas 1.	Pearson Educación	Sólo hay un poco de contenido histórico en la introducción del libro.
Matemáticas 1. Serie INNOVAT	Innova Ediciones	Muy poco. No es relevante.
Matemática 1.	Santillana	Sólo hay contenido histórico en la introducción de una temática global.
Matemáticas 1.	Trillas	Sólo hay un poco de contenido histórico en la primera temática del libro.

---

<sup>1</sup> Se hace alusión de ambos géneros por las investigaciones de las representaciones de matemáticos en libros de texto de México realizados por Castaneda et al. en 2019 y, Castaneda y Sánchez en 2020.

Matemáticas 1. Secundaria. Conecta Más.	Ediciones Sm	No tiene contenido histórico.
Matemáticas 1. Secundaria. Soy Protagonista	Ediciones Sm	No tiene contenido histórico.
Matemáticas I	Ek Editores	Muy poco contenido histórico.
Matemáticas 1. Aprendizajes Clave para la Educación Integral.	Santillana	No tiene contenido histórico.
Matemáticas 1. Espacios Creativos.	Santillana	No tiene contenido histórico.
Matemáticas 1. Selva Matemáticas.	Editorial Esfinge	No tiene contenido histórico.
Matemáticas 1.	Ediciones Impresas y Digitales Del Río	No tiene contenido histórico.
Matemáticas, Primer grado de secundaria	Editorial Progreso Grupo Edelvives	Sólo hay contenido histórico en la introducción de una temática global.
Matemáticas 1.	Correo del Maestro	No tiene contenido histórico.
Matemáticas 1.	Patria Educación	No tiene contenido histórico.
Matemáticas 1.	Larousse	No tiene contenido histórico.

### **Análisis de Libros de Texto de Segundo Grado**

<b>LIBRO</b>	<b>EDITORIAL</b>	<b>CONTENIDO HISTÓRICO</b>
Matemáticas 2. Travesías.	Ediciones Castillo	Muy poco.
Matemáticas 2. Infinita Secundaria	Ediciones Castillo	Muy frecuente contenido histórico.
Matemáticas 2. Espacios Creativos	Santillana	No tiene contenido histórico.
Matemáticas 2. Fortaleza Académica	Santillana	No tiene contenido histórico.
Matemáticas 2. Espiral del Saber	Santillana	Sólo hay contenido histórico en la introducción de cada trimestre.
Matemáticas 2. Secundaria. Conecta Más	Ediciones SM	Muy poco.
Matemáticas 2. Secundaria. Soy Protagonista.	Ediciones SM	Frecuente contenido histórico.
Matemáticas 2	Correo del Maestro	Frecuente contenido histórico.
Matemáticas, Segundo Grado	Editorial Progreso Grupo Edelvives	Sólo hay contenido histórico en la introducción de cada trimestre.
Matemáticas 2. Serie ser mejor.	Editorial Esfinge	Muy frecuente contenido histórico.

Matemáticas 2. Serie INNOVAT	Innova Ediciones	No tiene contenido histórico.
Matemáticas 2. A través de las matemáticas.	Fernández Editores	Muy poco.
Matemáticas 2	Patria Educación	No tiene contenido histórico.
Matemáticas 2	Ediciones Larousse	No tiene contenido histórico.
Matemáticas 2	Ediciones Impresas y Digitales del Río	Muy poco.
Interacciones. Matemáticas 2	Pearson Educación	frecuente contenido histórico.

## **Reflexiones**

La incorporación de la historia de las matemáticas en los libros de texto de secundaria presenta mucha diversidad en cuanto a la forma de presentación del contenido histórico, pues como lo hemos categorizado hasta el momento puede aparecer de diferentes maneras (en caso de existir).

Podemos pensar que esta línea de investigación en Historia de las Matemáticas es una de las fuentes a considerar para aportar al mejoramiento del proceso educativo de esta ciencia, y a que el docente empiece a reflexionar acerca de lo fructífero que puede resultar considerar la historia en sus clases, además de que puede volverse más crítico al analizar cómo se presentan algunos ejercicios de índole histórica en los libros de texto de matemáticas.

## **Referencias Bibliográficas**

- Castaneda, A., & Sánchez, M. (2020). A Foucauldian Analysis of Representations of Mathematicians in Lower Secondary Mexican Mathematics Textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(4), 753–770. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09986-z>
- Castaneda, Apolo, Aguilar, M. S., Gómez-Blancarte, A. L., Romo-Vázquez, A., Lezama-Andalón, J., & Miranda-Viramontes, I. (2019). Representations of mathematicians in lower secondary mathematics textbooks. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(7). <https://doi.org/10.29333/ejmste/106056>
- Chaves, E., & Salazar, J. (2003). La historia de la matemática como recurso metodológico en los procesos de enseñanza aprendizaje: Una experiencia a nivel de secundaria. *Uniciencia*, 20(2), 1–15.
- Fernández, F. (2002). El análisis de contenido como ayuda metodológica para la investigación. *Revista de Ciencias Sociales (San José)*, II(96), 35–53.
- Fraenkel, J., & Wallen, N. (2009). Content Analysis. *International Encyclopedia of Human Geography*, 275–280. <https://doi.org/10.1016/B978-008044910-4.00415-6>
- González, M., & Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de Las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 22(3), 389-408–408.
- González, P. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma*, 45, 17–28.
- Maza, C. (1994). Historia de las Matemáticas y su enseñanza: Un análisis. *Suma*, 17, 17–26.
- Sierra, M. (2000). El papel de la historia de las matemáticas en la enseñanza. In *Números (Issue 43)*, pp. 93–96).

## **Comunicación Breve**

### **CA-EPEM-1**

#### **Enseñanza por Proyectos en Educación Matemática: Se puede mejorar**

**Flavia FANELLO**

**Fanelloflavia@gmail.com**

**Beatriz FUERTES**

**Beafuertes1112@gmail.com**

**Colegio Grilli Canning, Canning, Argentina**

### **Resumen**

¿Cómo usar matemática para optimizar y concretar emprendimientos con impacto socio-ambiental? Nuestra propuesta es intervenir desde la matemática, con una herramienta que permita minimizar costos y material en el armado de packaging de un proyecto sustentable.

Este trabajo se realiza con alumnos de 6to año de la escuela secundaria, donde desde la materia “Proyectos organizacionales” se propone pensar, y organizar un proyecto con impacto socio-ambiental.

De manera transversal la “Matemática” aporta un método para optimizar. Esto implica poner en juego no solo las derivadas, sino la recolección de datos, la modelización a través de funciones, la toma de decisiones sobre parámetros, el uso de fórmulas, geometría de los cuerpos en el armado de prototipos y la construcción de una herramienta que facilite el cálculo y permita generar informes.

Los grandes desafíos que nos planteamos como docentes fueron que los alumnos:

-puedan conectar la matemática con un proyecto real, pero sin perder la formalidad que la ciencia requiere.

-se involucren con responsabilidad en un proyecto de impacto socio-ambiental y puedan concretarlo.

-puedan generar sus proyectos de emprendimiento, analizando y evaluando en su totalidad, para hacerlos realidad.

-aplicar los conceptos de la economía circular en cada etapa del proceso de trabajo.

La experiencia se concreta con el armado de un prototipo y un informe de costos e impacto usando y generando una calculadora en una planilla de cálculo.

**Palabras clave:** Optimización. Proyectos. Sustentabilidad. Emprendimientos. Impacto socio-ambiental.

## Marco Teórico y Pedagógico

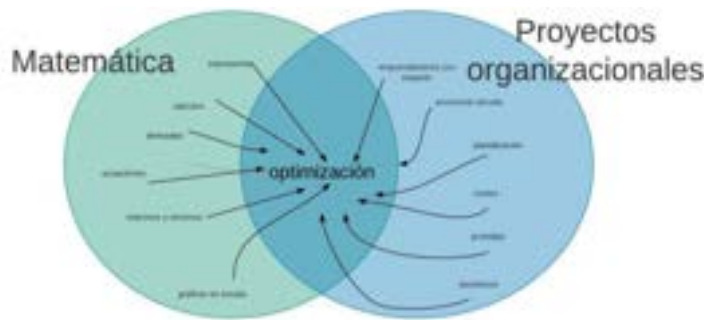
Pensamiento visible, Proyecto Zero Harvard, Enseñanza para la comprensión (EPC), Rutinas de pensamiento y llaves de pensamiento

## Tópico Generativo

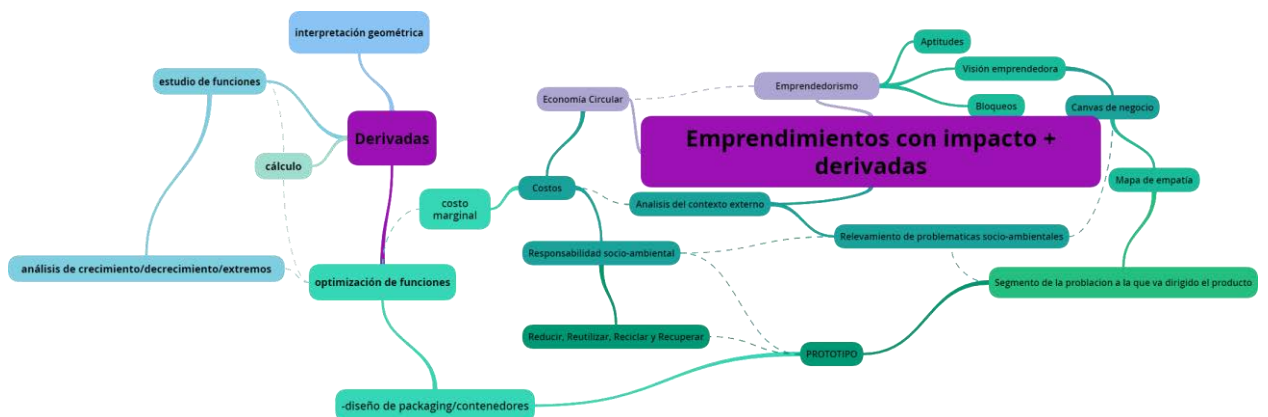
Las siguientes preguntas guiaron nuestro trabajo y el trabajo de nuestros alumnos:

- *¿Qué problemas de economía circular se resuelven mediante cálculo de máximos y mínimos de funciones? ¿Cómo se resuelven estos problemas? ¿podemos optimizar desde la matemática cualquier situación?*
- *¿Es posible concretar un emprendimiento con impacto socio ambiental? ¿En qué sentido esta nueva forma de organización brinda oportunidades para cambiar la realidad?*
- *¿Se puede mejorar? ¿Cómo?*

## ¿Cómo lo implementamos?



## ¿Cómo lo planificamos?



## Objetivo General del Curso

Aplicar derivadas matemáticas en un proyecto concreto destinado a optimizar espacio, tiempo y costos en productos y packaging con impacto socio-ambiental.

*“La Educación para el Desarrollo Sostenible es un llamamiento a distintos movimientos como: la educación ambiental, la educación global, la educación económica, la educación para el desarrollo, la educación*

*multicultural, la educación para la conservación, la educación al aire libre, la educación sobre el cambio global y otras*"<sup>2</sup>

### **Hilos Conductores**

Para orientar la tarea y articular, planteamos los siguientes interrogantes:

- ¿Es posible minimizar costos, materiales, espacio, utilizando matemática?
- ¿Se puede optimizar un proyecto usando derivadas? ¿qué datos necesito averiguar y organizar para poder derivar?
- ¿Se puede ganar dinero y a la vez resolver una problemática socio-ambiental?
- La reutilización y el reciclaje de ciertos materiales generan un impacto en el cálculo de los costos. ¿Cómo?

### **Propósitos de Aprendizaje**

Que los alumnos:

- Puedan conectar la matemática con un proyecto real, pero sin perder la formalidad que la ciencia requiere.
- Se involucren con responsabilidad en un proyecto de impacto socio-ambiental y que puedan concretarlo.
- Puedan generar un proyecto de emprendimiento con impacto que busque resolver problemáticas socio-ambientales.
- Aplicar los conceptos de la economía circular en cada etapa del proceso de trabajo.

### **Introducción y Justificación**

La secuencia de modelización elegida consiste en basarnos en un caso real-experimentación y aplicar en el mismo el análisis-modelo matemático.

En tanto proyecto interdisciplinario, la participación de cada una de las áreas en la propuesta didáctica fue de complementariedad y colaboración. De manera que los estudiantes desarrollen un producto terminado más eficiente trabajando de manera colaborativa.

En la secuencia educativa se planificó el uso de recursos como Geogebra y simulación digital. Dichos recursos se aplicaron en la etapa final de la modelización, como desempeño de síntesis, para comprobar si efectivamente se había logrado optimizar.

La propuesta de enseñanza se basó en la planificación de una unidad didáctica interdisciplinaria.

### **Duración del proyecto**

Ocho (8) semanas.

### **Desempeños de Comprensión**

Con el objetivo de lograr las metas de comprensión en los estudiantes desarrollamos tres tipos de desempeños (de exploración, de investigación guiada, de síntesis).

Los desempeños de exploración fueron pensados tratando de que nuestros alumnos reflexionaran sobre: ¿qué les parece útil optimizar en sus proyectos de emprendimiento? ¿qué datos necesitan averiguar?

Lo hicimos usando las llaves de pensamiento:



¿qué acciones mejorarían su funcionalidad? ¿cómo lo adaptamos?

---

<sup>2</sup> Walter Leal Filho. La educación para la sostenibilidad: iniciativas internacionales. Revista de educación Nº Extra 1, 2009 (Ejemplar dedicado a: Educar para el desarrollo sostenible), p. 266.



¿podemos describir el producto? ¿cuál sería la forma más óptima?



¿qué cambios podemos hacer para optimizar costos, ocupando menos espacio?

Los desempeños de investigación guiada, fueron organizados con el objetivo que los estudiantes reflexionen sobre ¿cómo optimizar los materiales, las estrategias y los recursos?

También usamos las llaves de pensamiento:



¿se pudo mejorar la funcionalidad? ¿cómo lo adaptamos?



¿podemos desarrollar un prototipo del producto? ¿qué sería lo más Óptimo?



¿los cambios que estamos realizando sirven para optimizar costos, recursos y espacio?



¿cómo sabemos si el proyecto mejoró? ¿de qué forma lo verificamos?

Para los desempeños de investigación guiada los estudiantes:

- Verificaron el relevamiento de estudio de campo inicial.
- Buscaron datos e información.
- Tomaron decisiones.
- Elaboraron informes.
- Diseñaron un prototipo a escala.

### **¿Pudimos medir el impacto de nuestros proyectos? ¿Optimizamos?**

Como Desempeño de síntesis:

- Confeccionaron un prototipo con Geogebra y elaboraron una calculadora en Excel.
- Elaboraron un informe optimizando matemáticamente.
- Realizaron un video mostrando el producto final de su emprendimiento con impacto.



## ¿Cómo evaluamos?

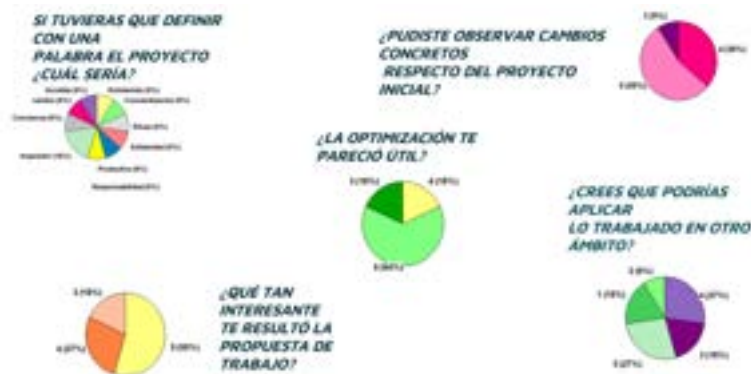
CRITERIO	Buena (9-10)	Buena (7-8)	Buena
<b>Calidad del video y de la imagen del video</b>	El video se muestra de manera clara. Contiene imágenes claras y nitidas.	Algunos partes del video son poco claras, pero en su mayoría (>del 70%) es muy comprensible. Algunas de las imágenes o escenas son borrosas, pero es comprensible el contenido.	No se muestra con claridad porque las imágenes están borrosas o por baja calidad del audio en su mayoría (>70%). Las imágenes o escenas son borrosas o poco nitidas en su mayoría (>70%).
<b>Claridad del mensaje. Utilización del lenguaje.</b>	Comunica clara y adecuadamente su ideas. La dicción de los participantes es correcta y precisa. Utiliza lenguaje coloquial y vocabulario apropiado.	En pocas ocasiones (<30%) los participantes carecen de una buena dicción que dificulte la comprensión. Utiliza lenguaje coloquial apropiado, pero poco o nada de lenguaje académico.	El mensaje es confuso y la información no es clara o suficiente. No utiliza lenguaje coloquial apropiado o no usa lenguaje académico.
<b>Aspecto económico</b>	No tiene errores conceptuales ni de cálculo. Realiza gráficos que concuerdan con los resultados obtenidos.	No tiene errores conceptuales ni de cálculo. Está incompleto el informe.	Tiene errores conceptuales y/o de cálculo. Está incompleto el informe.
<b>Responsabilidad socio ambiental</b>	El producto final tiene un impacto socio ambiental positivo. Cada etapa del proceso productivo cumple con los principios de la economía circular.	El producto final busca resolver una problemática socio ambiental. Los materiales informáticos para su producción cumplen en un 70% los principios de economía circular.	El producto final no genera un impacto socio ambiental y/o sus materiales no cumplen con los principios de economía circular.
<b>Adaptación de roles. Participación y trabajo colaborativo.</b>	La asignación de roles permitió las habilidades de cada integrante. Realiza aportes significativos que contribuyen al trabajo colaborativo.	La asignación de roles dentro del grupo permitió solamente algunas habilidades de cada integrante. La asistencia es 70% de trabajo colaborativo.	La asignación de roles no permitió que los participantes desarrollen su potencial dentro del equipo.

## Reflexiones sobre la propia práctica



## Reflexiones de los estudiantes

Utilizamos como herramienta de recopilación de datos la rutina de pensamiento “one Minute Paper”



## A modo de cierre...

Una de las fortalezas del proyecto fue conectar la escuela con la realidad, con el mundo, con el afuera de las aulas...“La educación para el desarrollo sostenible tiene el potencial necesario como herramienta para



*construir unos puentes más sólidos entre el aula y la empresa, y entre las escuelas y las comunidades*”<sup>3</sup>

### **Referencias Bibliográficas**

Bocco, M. (2009) *Funciones elementales para construir modelos matemáticos*. CABA. Ministerio de Educación. INET.

Castro, E., Castro, E. (1999) *Representaciones y modelizaciones*. En: *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Editorial ICE/ Horsori. Barcelona.

López E. (2012) “Acrecentar las comprensiones matemáticas” Las Tic en la escuela secundaria. *Revista Novedades Educativas* 261. Buenos Aires.

Perkins, D. (1999) ¿Qué es la comprensión? en Stone Wiske, M (Comp.): *La enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*. Paidós. Buenos Aires.

Rico, L. (1999): *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Editorial ICE/ Horsori. Barcelona.  
Proyecto de ley 11/2017 para La enseñanza de los 17 objetivos y 169 metas de la agenda 2030 para el desarrollo sostenible, en todos los establecimientos educativos del país, de diversos niveles. Recuperado de [https://dequesetrata.com.ar/proyecto/camara-de-diputados/2646-D-2020-30917#collapse\\_doc\\_1](https://dequesetrata.com.ar/proyecto/camara-de-diputados/2646-D-2020-30917#collapse_doc_1)

Walter Leal Filho. La educación para la sostenibilidad: iniciativas internacionales. *Revista de educación* N° Extra 1, 2009 (Ejemplar dedicado a: Educar para el desarrollo sostenible), pp. 263-277.

---

<sup>3</sup> Walter Leal Filho. La educación para la sostenibilidad: iniciativas internacionales. Op. cit., p. 265.

## **Comunicación Breve**

### **CA-IDM-1**

#### **Una Ingeniería Didáctica en el Cálculo Diferencial**

**Betina WILLINER**  
**bwilliner@unlam.edu.ar**

**Universidad Nacional de La Matanza, Argentina**

**Adriana ENGLER**  
**aengler@fca.unl.edu.ar**

**Universidad Nacional del Litoral (UNL), Argentina**

### **Resumen**

En esta comunicación presentamos parte de una ingeniería didáctica llevada a cabo como metodología de investigación en un trabajo de tesis sobre la enseñanza y aprendizaje de los conceptos involucrados en el estudio de una función: intervalos de crecimiento, de decrecimiento y extremos relativos. El objetivo general fue explorar la comprensión de estos conceptos cuando los alumnos de primer año de carreras de ingeniería de la Universidad Nacional de La Matanza interactuaron con una situación de aprendizaje basada en ideas de variación y dadas en diversos sistemas de representación.

Como marco teórico de comprensión utilizamos las ideas de Ana Sfard que distingue entre *concepto* (idea matemática en su forma oficial) y *concepción* (es la idea del concepto que vive en la mente humana, que depende de la experiencia personal y está sujeta a cambios) de un objeto matemático.

La metodología llevada a cabo constó de dos partes. La primera tomó aspectos de la ingeniería didáctica y la segunda consistió en un análisis cuantitativo de las concepciones definidas por Sfard que evidenciaron los alumnos durante la experiencia.

Reportamos aquí un resumen de la ingeniería didáctica implementada. Luego del estudio pudimos afirmar que la propuesta alcanzó sus objetivos: ser una alternativa de enseñanza y ser un instrumento de investigación que permitió observar el aprendizaje de los alumnos, localizar algunas dificultades y errores que ello conlleva y actuar al respecto.

**Palabras clave:** Ingeniería Didáctica. Aprendizaje. Estudio de Funciones. Cálculo Diferencial.

## **Introducción**

La comunicación que reportamos es parte de un trabajo de tesis que surgió con la intención de intervenir en la enseñanza de contenidos relacionados con el estudio de funciones a fin de favorecer el aprendizaje y la comprensión de éstos por parte de los alumnos.

La experiencia se llevó a cabo en la cátedra de Análisis Matemático I de carreras de ingeniería de la Universidad Nacional de La Matanza (UNLaM) y tuvo como disparador la preocupación por el bajo rendimiento de los alumnos en los exámenes, por el abandono de la materia luego del primer parcial, por la cantidad de estudiantes que la cursan tres o más veces; entre otros. Esta realidad no sólo se ve en el contexto descripto. Gran número de investigaciones en Educación Matemática tratan sobre la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo a nivel universitario debido, entre otras causas, a los serios problemas de comprensión por parte de los alumnos de conceptos como límite, derivada e integral (Artigue, 1995). Salinas y Alanís (2009) advierten que el paradigma tradicional de enseñanza del Cálculo deja como secuelas elevados índices de reprobación, aprendizaje sin comprensión y actitud negativa hacia la matemática.

El Cálculo no es una sucesión de contenidos y técnicas sin sentido, sino una herramienta poderosa que nos permite abordar problemas que surgen en otras disciplinas y requieren de él. En ese marco, el estudio de los conceptos involucrados en el comportamiento de funciones (en particular: intervalos de crecimiento (IC) y de decrecimiento (ID), extremos relativos (ER)) es fundamental para la formación de ingenieros como futuros profesionales. Entonces el objetivo general de la investigación fue explorar la comprensión de estos conceptos cuando los alumnos de primer año de carreras de ingeniería de la UNLaM interactuaron con actividades basadas en ideas de variación y dadas en diversos sistemas de representación.

Como marco teórico sobre *comprensión* adoptamos la perspectiva de Sfard (1991), que define la concepción de un objeto matemático como la idea que tiene una persona sobre éste. Distingue entre concepción operacional y estructural. La primera corresponde a actividades procedimentales, mientras que la segunda se refiere a la capacidad para ver el concepto como un objeto al cual se lo puede manipular teniendo en cuenta teoremas y propiedades definidos por la comunidad matemática.

La metodología para llevar adelante la investigación constó de dos partes. La primera de ellas tomó alguno de los aspectos de la ingeniería didáctica como esquema experimental basado en las *realizaciones didácticas* en el aula (Artigue, 1995). El propósito fue diseñar, realizar, observar y analizar una situación de aprendizaje de los conceptos mencionados basada en ideas variacionales y dada en diferentes registros de representación.

La segunda consistió en examinar los aportes a las dos concepciones definidas por Sfard de cada uno de los ítems que formaron parte de la situación de aprendizaje. El estudio de las producciones de los estudiantes nos proporcionó elementos para describir dichas concepciones en cada uno de los equipos que intervinieron en la experiencia. Con estos datos realizamos un análisis cuantitativo.

En este artículo mostramos una parte de la ingeniería didáctica aplicada como metodología de investigación en este estudio.

## **La Ingeniería Didáctica**

### **Descripción General**

El término ingeniería didáctica se utiliza tanto como para producciones de situaciones de enseñanza y aprendizaje (Douady, 1995) o como para metodología de investigación. Si se concibe de esta última manera, Artigue (1995) indica las cuatro fases de las que se compone:

- ✓ Primera fase: análisis preliminares.
- ✓ Segunda fase: concepción y análisis *a priori* de las situaciones didácticas.
- ✓ Tercera fase: experimentación.
- ✓ Cuarta fase: análisis *a posteriori* y evaluación.

Los análisis preliminares tienen que ver con: el contenido implementado en la enseñanza (dimensión epistemológica), la enseñanza tradicional y sus efectos (dimensión didáctica), las concepciones de los estudiantes, sus dificultades y obstáculos (dimensión cognitiva), y las restricciones provenientes del contexto donde se va a realizar la experiencia didáctica.

González (2006) señala que en esta etapa también se establecen las restricciones particulares, es decir aquellas relativas al contexto en el que se desarrolla la ingeniería. Las mismas pueden deberse a factores institucionales y a las características de los alumnos con los que se lleva a cabo la experimentación.

En la segunda fase Artigue (1995) sugiere establecer dos tipos de variables de comando:

- ✓ variables macro didácticas o globales, concernientes a la organización general de la ingeniería. Las mismas tienen que ver con las limitaciones en la complejidad de los contenidos, los sistemas de representación que son convenientes articular, la organización de la secuencia de actividades, el uso o no de alguna herramienta tecnológica auxiliar, la resolución por parte de los alumnos (en forma individual o grupal), en qué momento (presencial, domiciliario), entre otros.

- ✓ variables micro didácticas o locales, relativas a la organización local de la ingeniería, es decir, a la de cada sesión o episodio.

El análisis a priori prevé el comportamiento de los alumnos. Comprende una parte descriptiva y una predictiva, en las que se analizan básicamente las características de una situación que se desea constituir y que se va a tratar de llevar a los alumnos. Se identifican los posibles comportamientos esperados, intentando mostrar en qué medida el análisis realizado permite controlar su significado (Artigue, 1995).

En cuanto a la fase de experimentación, De Faria (2006) señala que es la realización de la ingeniería con un cierto grupo de estudiantes. Esa etapa se inicia en el momento en que se da el contacto entre el investigador-profesor-observador con el conjunto de estudiantes objeto de la investigación.

Por último, el análisis a posteriori y validación se basa en el conjunto de datos recolectados a lo largo de la experimentación, es decir, las observaciones realizadas de las secuencias de enseñanza, al igual que las producciones de los estudiantes en el aula o fuera de ella. Estos datos se completan con otros obtenidos mediante la utilización de metodologías externas: cuestionarios, entrevistas individuales o en pequeños grupos, realizadas durante cada sesión de la enseñanza, etc.

### **Nuestra Ingeniería Didáctica**

Consideramos adecuada esta metodología ya que tiene en cuenta la complejidad de los fenómenos que se dan en el aula y en el aprendizaje de los conceptos matemáticos de acuerdo con las características sociales del entorno donde tiene lugar.

### **Primera fase**

Valorando el esquema expuesto en la descripción general, sintetizamos los análisis preliminares de nuestra ingeniería:

- ✓ *Dimensión histórico-epistemológica:* la búsqueda de máximos y mínimos tiene larga data. Los primeros ejemplos se abordaron desde una perspectiva geométrica que es justamente la que prevalecía en la época, siendo los procedimientos usados una combinación entre construcciones geométricas y argumentaciones y lenguajes propios de la geometría. Uno de los principales obstáculos al que se enfrentaban los matemáticos era el escaso desarrollo del simbolismo y también el hecho de que las expresiones algebraicas no existían. Esta falta de simbología impidió encontrar métodos de solución más generales, por lo que se dedicaban a resolver múltiples casos particulares (Hancock, 1960, Malaspina, 2008). La introducción de la representación analítica que realizaron Descartes y Fermat facilitó, por parte de este último, la creación de un método más general para determinar máximos y mínimos, pero tenía sus falencias (Collete, 2013). A partir del Cálculo de Newton y Leibniz y diversos desarrollos posteriores en los cuales primaba el registro analítico, se llegó a la condición necesaria igualando a cero la derivada o en puntos de “derivada infinita” (Boyer, 1996). Posteriormente es MacLaurin el que hizo explícita la condición suficiente a través de la derivada segunda (Hancock, 1960).
- ✓ *Dimensión didáctica:* la enseñanza que prevalece es, en general, la algorítmica y con ella el registro analítico. Gracias a las investigaciones en Educación Matemática es incipiente la introducción de situaciones de variación, el desarrollo intuitivo de conceptos y la visualización a través de registro gráfico. Analizamos el material de la cátedra y dos libros de texto (Larson y Edwards, 2010; Stewart, 1999) usados en Análisis Matemático I en carreras de ingeniería de la UNLaM. Éstos muestran que la enseñanza del Cálculo está, quizás de a poco y tímidamente, cambiando. Pasó de ser una sucesión de contenidos formales, demostraciones y gran cantidad de ejercicios rutinarios con énfasis en el trabajo algebraico a una presentación en la que, mediante situaciones cotidianas, se introducen los conceptos. Se busca mostrarlos de manera más intuitiva que formal, tratando de involucrar diversos registros de representación, destacando las interpretaciones de los teoremas y propiedades en vez de sus demostraciones, brindando ejemplos de diversa índole y aplicaciones. Si bien estos rasgos se evidencian, resta mucho por hacer.
- ✓ *Dimensión cognitiva:* algunas de las dificultades que muestran los alumnos en el aprendizaje de los conceptos vinculados al estudio de funciones están ligadas a la escasa conversión entre registros y al no poder contar con la estrategia de obtener diferente información sobre el objeto matemático en cuestión desde distintos sistemas de representación (Cardona, 2009; Cuesta, 2007; García, 2011; Marcolini, 2003; Simón y Miguel, 2013; Vrancken, 2011). Otro punto importante es el concepto de función (Cuesta, 2007). En general los alumnos no asocian este concepto a situaciones de la vida cotidiana, lo que les dificulta la modelación o la traducción de un problema en términos matemáticos. A su vez es muy limitado el universo de funciones que manejan, lo que les impide crear ejemplos y contraejemplos y los limita a desarrollar un pensamiento variacional, esencial en el estudio del Cálculo (Cantoral y Farfán, 1999; Cardona, 2009).

La actitud memorística y la necesidad de tener “recetas” o pasos en la solución de problemas conduce, por ejemplo, a la falta de análisis de un punto crítico en un problema de optimización o a considerar como respuesta un valor que no está en el dominio estipulado (Baccelli, Anchorena, Figueroa y Prieto, 2014; Guzmán y Rodríguez (2013)).

En cuanto a las restricciones particulares, el contexto de nuestra ingeniería es el Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas de la UNLaM, y la cátedra de Análisis Matemático I. En cada uno de los cursos trabajan dos profesores, uno de ellos a cargo y el otro auxiliar. En promedio, cada comisión cuenta con 70 alumnos. La investigación se llevó a cabo en la comisión a cargo de quien realizó la tesis y una de las que suscribe, correspondiente al turno mañana y formada por 66 alumnos y dos profesoras. En las demás comisiones se desarrollaron los contenidos de manera habitual. Respecto a las características de los alumnos en la comisión seleccionada, 28 eran recursantes y 38 cursantes por primera vez. Todos estos estudiantes ya habían vivenciado como mínimo un cuatrimestre en la universidad.

### **Segunda fase**

Elaboramos una situación de aprendizaje, es decir, un conjunto de secuencias de clase diseñadas, organizadas y articuladas en el tiempo con el fin de realizar un proceso de aprendizaje para un grupo determinado de alumnos. En nuestro caso pensamos el proceso de aprendizaje como un proceso de construcción de significados de una noción o nociones (González, 1999) el cual se encuentra dentro de una situación específica en un contexto determinado y en el que los participantes tienen la oportunidad de interactuar. La situación de aprendizaje estuvo formada por 5 grupos de actividades: las dos primeras fueron *actividades de exploración* (cuyo objetivo era indagar qué sabía el alumno sobre un determinado tema, ya sea desde sus ideas intuitivas como desde sus conocimientos previos) y las otras tres *actividades de descubrimiento* (aquellas que se organizaron pensando en el proceso de aprendizaje como proceso de construcción de conocimiento).

Las elecciones macro-didácticas se basaron en dos aspectos subyacentes: el matemático y el didáctico. Respecto al primero tuvimos en cuenta los siguientes tópicos:

- IC e ID de una función
- Relación de IC e ID de una función con el signo de la razón de cambio promedio o media en un intervalo de su dominio.
- Relación del signo de la derivada primera de una función con los IC e ID de la misma.
- ER de una función.
- Condición necesaria de ER: puntos críticos.
- Condición suficiente de existencia de ER a través del método de cambio de signo de la derivada primera de la función.

En el aspecto didáctico diseñamos cada actividad de forma tal que el alumno pueda interactuar con la misma y pueda recurrir a sus conocimientos previos. La interacción tenía como objetivo la construcción de nuevos conceptos por parte del estudiante, los cuales servían para revisar los anteriores. El trabajo por parte del alumno debía ser lo más autónomo posible e inducir a la aceptación de la responsabilidad que se le daba.

A su vez tuvimos en cuenta que para la enseñanza de los conceptos del Cálculo Diferencial desde el punto de vista variacional era preciso transitar por diferentes registros y contextos. Por tal motivo las actividades se presentaron en diversos registros y requirieron el tratamiento en el mismo sistema o la conversión en otro y se basaron en situaciones de variación de diferente índole.

Con respecto al trabajo en clase, Artigue (1999, citado en González, 2006) señala que la discusión grupal es útil y que el juego colectivo propicia encontrar soluciones en un tiempo razonable. De allí que organizamos el trabajo en equipo de dos personas y luego del tiempo estipulado, una puesta en común en la que participaron todos los alumnos y estuvo guiada por la docente a cargo del curso y autora de la tesis.

Los contenidos que desarrollamos en la asignatura previos a la experiencia fueron funciones, límite y continuidad, derivada y diferencial.

Todas las sesiones mantuvieron la misma modalidad. Los alumnos se agruparon en equipos de dos personas y realizaron dos producciones iguales. Al finalizar el tiempo destinado a la resolución las profesoras retiraron una producción y la otra quedó en poder de los alumnos para la discusión grupal. Las actividades se elaboraron a carpeta cerrada, los alumnos no podían consultar apuntes de clase o bibliografía. Permitimos el uso de calculadora, celular o Tablet como herramienta de trabajo.

En una primera instancia los alumnos se enfrentaban a un problema propuesto, se familiarizaban con la tarea, consensaban y formulaban una estrategia de trabajo para llegar a una solución. En esta situación las profesoras actuaban como orientadoras y observadoras, atendiendo a las preguntas previo consenso entre ambas sobre en qué aspectos se debía orientar y en cuáles no. En lo posible las dos docentes debían tomar nota de toda la puesta en escena, prestar atención a las intervenciones de los estudiantes o de la otra profesora, a las dudas que surgían, las preguntas, las respuestas y las aclaraciones realizadas para el grupo en general, entre otros. Luego del tiempo establecido realizamos la puesta en común de todo lo trabajado previamente y estuvo a cargo de la docente a

cargo, quien solicitaba las diferentes estrategias utilizadas, las cuales eran discutidas por el grupo en general. Como última instancia en algunas sesiones y de acuerdo con la puesta en común, la profesora formalizaba conceptos matemáticos, sus propiedades y relaciones, momento en el que la docente-colaboradora continuaba con su rol de observadora.

El análisis a priori prevé el comportamiento de los alumnos en la resolución de cada tarea. A modo de ejemplo mostramos la actividad 3 del primer grupo de actividades de exploración y su análisis preliminar:

**Actividad 3.** Pablo está trabajando para una compañía que tiene que diseñar un tablero eléctrico de forma rectangular al que hay que rodear de una cinta aislante que tiene 4 metros de longitud. ¿Cuáles serán las dimensiones del tablero si le pidieron a Pablo que use toda la cinta aislante y que tenga la mayor área posible?

*Análisis a priori:* este es un problema típico de optimización que encontramos en la bibliografía, adaptada la consigna a estudiantes de ingeniería. Los conocimientos previos hasta el momento eran funciones, límite y derivada. Los alumnos no habían resuelto problemas de optimización ni estudiados conceptos como el de máximo relativo. Si bien la función resultante para resolver el problema es una función cuadrática, el conflicto para el alumno radicaba en formular el área del tablero en una sola variable y luego identificar que debía buscar el máximo (vértice de una parábola en este caso) de esa función.

Era probable que la mayoría de los equipos no resolviera en su totalidad esta actividad, que dejaran planteada solamente la función área y/o el perímetro del rectángulo sin poder escribir la función a optimizar en una sola variable. Por propia experiencia sabemos que es poco frecuente que realicen una tabla de valores con diferentes medidas de los lados para estimar la solución en forma numérica o para interpretar el problema. Resolvimos no orientar a los alumnos para poder explorar qué estrategias usaban y hasta qué punto podían resolverlo.

### **Tercera fase**

La experiencia aconteció en el segundo cuatrimestre del año, en los horarios en que los alumnos tenían clase de Análisis Matemático. De esta manera garantizamos que la componente social se manifieste en todo este estudio debido a que consideramos las cualidades de la institución educativa donde se generó el problema y se llevó adelante la investigación.

La sesión de trabajo en la que se encontraba la actividad mostrada comenzó a las 8 horas en el aula habitual. Como era el primer grupo de actividades, antes de repartir las hojas, la profesora a cargo explicó cómo se realizaría el trabajo. La consigna de desarrollar los ejercicios a carpeta cerrada provocó nerviosismo por parte de los estudiantes. Una vez entregadas las copias se produjo un buen ambiente de trabajo, si bien hablaban entre los integrantes del grupo, no se hizo en voz alta, sino respetando a los demás. Observamos un gran interés de parte de todos los alumnos. Los notamos dispuestos a su tarea y en cada grupo percibimos la participación de los dos integrantes. Respecto a la actividad, como habíamos consensuado, no hicimos intervenciones.

### **Cuarta fase**

*Análisis a posteriori de la actividad presentada:* En la actividad 3 solicitamos obtener las dimensiones de un tablero rectangular con perímetro dado del cual se requiere área máxima. De acuerdo con lo planificado en el análisis a priori, no brindamos ninguna orientación ya que nuestro objetivo era analizar qué estrategias empleaban los alumnos para resolver un problema de optimización simple, sin haber realizado alguno previo, en el que no se debía usar el concepto de derivada. En el momento de trabajo sólo indicamos que no importaba el registro en que hacían la solución, sino que justificaran todo lo realizado.

De un total de 27 equipos, el 44% hizo un esquema de un rectángulo que representaba el tablero y aclararon en el mismo el nombre de las variables. Un solo equipo no hizo el esquema, pero expresó el significado de cada variable en forma verbal. De los demás, 12 equipos no realizaron esquema alguno de la situación planteada ni indicaron qué significado tienen las variables con las que luego trabajaron. Dos equipos no hicieron la actividad. El 85% de los equipos escribió la relación que tienen la base y la altura del rectángulo a través de su perímetro igual a 4 metros. Un total de 25 equipos (93%) señaló la fórmula del área del rectángulo.

Del total de equipos que hizo la actividad, en dos producciones no pudimos comprender los pasos realizados, quedando un total de 23. Todos estos equipos reemplazaron una de las variables en la fórmula del área teniendo en cuenta la relación entre las mismas, siendo dos equipos los que terminaron su resolución en este paso.

De los 21 equipos restantes, 16 resolvieron bien el problema (aproximadamente 60% del total), siendo 11 equipos los que obtuvieron la respuesta en forma analítica planteando la función cuadrática y completando la misma con un gráfico de dicha función. Cuatro equipos hallaron el vértice de la parábola sólo en forma analítica y a través de éste brindaron la respuesta. Un equipo luego de planteada la función área en términos de una variable trabajó con registro numérico, realizando una tabla de valores y obteniendo de la misma el máximo de la función.

## **Reflexión Final**

Si bien reportamos aquí sólo una actividad, podemos afirmar que la propuesta generada alcanzó sus dos propósitos principales: 1) ser una alternativa a la enseñanza de los conceptos involucrados; 2) ser un instrumento de investigación que permita observar el aprendizaje de los estudiantes y localizar algunas dificultades, obstáculos y errores que este proceso conlleva.

La ingeniería diseñada cumplió con las expectativas, a pesar de algunas dificultades. La característica de no basarse en la comparación con validación externa (confrontación estadística entre grupos experimental y control), sino en el modelo del estudio de casos con validación es interna (fundamentada en la confrontación entre los análisis *a priori* y *a posteriori*), produjo un estudio muy rico del proceso de enseñanza aprendizaje.

## **Referencias Bibliográficas**

- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno y P. Gómez (Eds.), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 97-140). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Bacelli, S., Anchorena, S., Figueroa, S. y Prieto, G. (2014). *Problemas de optimización: un análisis en la construcción de significados*. Trabajo presentado en el Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. Recuperado el 8 de marzo de 2016 de [www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/1119.pdf](http://www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/1119.pdf).
- Boyer, C. (1996). *Historia de la matemática* (4ta. Edición). Versión española de Mariano Martínez Pérez. Alianza Editorial: Madrid. España.
- Cantoral, R. y Farfán, M. (1999). *Historia de la matemática*. México: ITESM.
- Cardona, R. (2009). *Comprobación experimental de un diseño didáctico para la estabilización de la noción de derivada*. Tesis de maestría no publicada, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, México.
- Collete, J. (2013). *Historia de las matemáticas II* (7ma. Edición). México: Siglo XXI Editores.
- Cuesta, A. (2007). *El concepto de aprendizaje de los conceptos de función y extremo en estudiantes de economía: análisis de una innovación didáctica*. Tesis de doctorado no publicada, Universidad Autónoma de Barcelona, España.
- De Faria, E. (2006). Ingeniería didáctica. *Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática* 1 (2).
- Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno y P. Gómez (Eds.), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 61-96). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- García, M. (2011). *Una situación de aprendizaje para contribuir a la mejora de la comprensión del concepto de derivada*. Tesis de maestría no publicada, Universidad autónoma de Guerrero, Unidad Académica de Matemáticas, Centro de Investigación en Matemática Educativa, México.
- González, A. (2006). *La generalización de la integral definida desde las perspectivas numérica, gráfica y simbólica utilizando entornos informáticos. Problemas de enseñanza y aprendizaje*. Tesis de Doctorado no publicada, Universidad de la Laguna, España.
- González, R. (1999). *La derivada como una organización de las derivadas sucesivas: Estudio de la puesta en funcionamiento de una ingeniería didáctica de resignificación*. Tesis de maestría no publicada. Centro de investigaciones y de estudios avanzados del IPN. México, D.F. México
- Guzmán, I. y Rodríguez, N. (2013). Grado de apropiación de los objetos matemáticos en juego en la resolución de problemas. Un ejemplo habitual en la determinación de máximos y mínimos. *REVEMAT*, 8, 48-62.
- Hancock, H. (1960). *Theory of maxima and minima*. New York: Dover Publications, Inc.
- Larson, R y Edwards, B. (2010). *Cálculo 1 de una variable* (9na. Ed.). China: Mc Graw Hill.
- Malaspina, U. (2008). *Intuición y rigor en la resolución de problemas de optimización. Un análisis desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática*. Tesis de doctorado no publicada, Pontificia Universidad Católica de Perú, Lima, Perú.
- Marcolini, J. (2003). *Ingeniería didáctica en Física Matemática*. Tesis de doctorado no publicada, Universidad de Granada, España.
- Salinas, P. y Alanís, J. (2009). Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del Cálculo dentro de una institución educativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 12 (3), 355-382.
- Sfard, A. (1991). On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22 (4), 1-32.

- Simón, M. y Miguel, M. (2013). *Estudio de la función y sus derivadas sucesivas en la Licenciatura en Física y Matemáticas e Ingeniería Matemática de ESFM-IPN, con base en el Pensamiento y Lenguaje Variacional*. Tesis de Licenciatura no publicada, Instituto Politécnico Nacional, Escuela de Física y Matemáticas, México.
- Stewart, J. (1999). *Cálculo: conceptos y contextos*. México: International Thomson Editores.
- Vrancken, S. (2011). *La construcción de la derivada desde la variación y el cambio articulando distintos sistemas*. Tesis de maestría no publicada, Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, Argentina.



## **Comunicación Breve**

### **CA-OM-1**

#### **Uso de registros de representación semiótica en actividades matemáticas**

**María Lorena GUGLIELMONE**  
**lorena.guglielmone@uner.edu.ar**

**Martín Mauricio PÉREZ**  
**martin.perez@uner.edu.ar**

**Facultad de Ciencias de la Administración**  
**Universidad Nacional de Entre Ríos, Argentina**

### **Resumen**

En este trabajo presentamos parte de una investigación –enmarcada en la teoría de registros de representación semiótica de Duval– donde indagamos sobre el uso de registros por parte de estudiantes universitarios. Trabajamos con una guía de actividades sobre funciones de variable real que habilitó resoluciones que requirieron la coordinación de diferentes registros, y tuvo como propósito promover la aprehensión conceptual del objeto función de variable real. El análisis preliminar de las resoluciones de cada estudiante muestra que hicieron uso de, al menos, dos registros de representación semiótica, siendo el registro verbal uno de los más usados.

**Palabras clave:** Registros de Representación Semiótica. Coordinación de Registros. Objetos Matemáticos. Funciones de Variable Real. Aprehensión Conceptual.

## **Introducción**

Uno de los rasgos característicos del Enfoque Cognitivista como campo de investigación en Educación Matemática, consiste en determinar el funcionamiento cognitivo subyacente a los procesos de adquisición de conocimientos. En el aprendizaje de la matemática se da una situación epistemológica particular que confiere un rol primordial a las representaciones semióticas, ya que constituyen el único medio para acceder a los objetos matemáticos (Duval, 2016). Así, la característica clave del trabajo matemático consiste en *transformar* las representaciones semióticas de los objetos dados u obtenidos en el contexto de un problema, en otras representaciones semióticas de los mismos objetos (Duval, 2017). Para lograr esa transformación, los alumnos deben poder coordinar los registros involucrados alcanzando una sinergia entre ellos que conduzca a la comprensión conceptual.

Teniendo en cuenta que, para evaluar el origen de la incompreensión en el aprendizaje de la matemática, primero hay que determinar las condiciones cognitivas que hacen posible la comprensión (Duval, 2016), desde la cátedra de Análisis Matemático I de la carrera Licenciatura en Sistemas de la Facultad de Ciencias de la Administración, Universidad Nacional de Entre Ríos (Argentina), nos propusimos estudiar el uso de registros de representación semiótica y las transformaciones de representaciones que realizan los estudiantes sobre el objeto función de variable real. El conocimiento sobre el empleo de los registros de representación semiótica nos permitirá identificar con mayor precisión el alcance de las dificultades que los estudiantes manifiesten en su producción matemática.

## **Marco Teórico**

La teoría sobre Registros de Representación Semiótica de Duval (1993) constituye el marco teórico de esta investigación, considerando las nociones de registros de representación semiótica, tratamiento y conversión de representaciones entre registros. Respecto a este último tipo de transformación, diversos estudios han demostrado que la conversión de una representación, determinada por la transformación de la representación –dada en cierto registro– a otra representación en otro registro, es la operación cognitiva más difícil de adquirir para la mayoría de los estudiantes (Cademartori, Calandra y Marañón Di Leo, 2014; Camós, 2013; D’Amore, 2004; Duval, 2017, entre otros), pero muy necesaria para avanzar en la aprehensión conceptual de los objetos matemáticos.

La imposibilidad de acceder de manera directa a los objetos conlleva a lo que Duval (1993) denomina la paradoja cognitiva del pensamiento matemático: por un lado, las representaciones posibilitan la actividad sobre los objetos matemáticos y, por otro, el aprendizaje de los objetos matemáticos no puede ser más que un aprendizaje conceptual. Como resulta muy difícil que los alumnos no confundan un objeto con su representación semiótica, es necesario que la captación de su complejidad conceptual pase necesariamente a través de la coordinación de varios registros semióticos (Chevallard, 1991; Duval, 1993 y 2004; Guglielmo, 2019 y 2020; Hitt, 1997).

Teniendo en cuenta que el análisis del funcionamiento cognitivo del pensamiento matemático involucra la movilización simultánea y coordinada de al menos dos registros de representación (Duval, 2017), nos planteamos como objetivo indagar sobre el uso de registros que hacen los estudiantes cuando resuelven actividades sobre funciones de variable real.

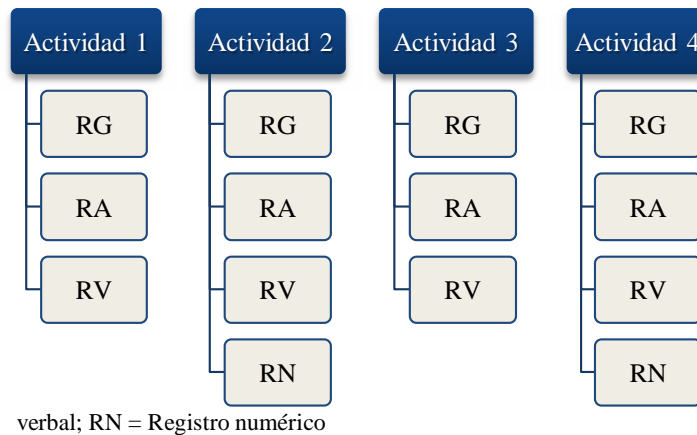
## **Metodología**

A partir de la teoría sobre Registros de Representación Semiótica de Duval y teniendo en cuenta las dificultades que suelen presentar los estudiantes en el estudio de la unidad temática “Funciones de variable real”, se buscó que la enseñanza favoreciera el uso y coordinación de diferentes registros. Por la situación excepcional que atravesamos el año pasado, desarrollamos los contenidos de la asignatura a través del campus virtual de la Universidad.

En particular, para la temática trabajada realizamos una guía de cuatro actividades, con seis consignas cada una, que tuvo como propósito promover la aprehensión conceptual del objeto función de variable real. La Figura 1 resume los registros de representación semiótica que distintas resoluciones de cada actividad habilitaban. Como se puede observar, las cuatro actividades admitían resoluciones usando, al menos, tres registros de representación.

### Figura 1: Posibles registros de representación semiótica para la resolución de las actividades

Nota. RG = Registro gráfico; RA = Registro algebraico; RV = Registro



En las Figuras 2 y 3 presentamos dos de las actividades trabajadas, con una de sus consignas. En particular, estas consignas están asociadas a funciones polinómicas.

### Figura 2: Actividad 1 sobre índice de masa corporal

El sobrepeso puede causar la elevación de la concentración de colesterol total y de la presión arterial, y aumentar el riesgo de sufrir la enfermedad arterial coronaria. La obesidad aumenta las probabilidades de que se presenten otros factores de riesgo cardiovascular, en especial, presión arterial alta, colesterol elevado y diabetes.

Una medida de la obesidad se determina mediante el índice de masa corporal (IMC), que se calcula dividiendo los kilogramos de peso por el cuadrado de la estatura en metros (IMC = peso [kg]/ estatura<sup>2</sup> [m<sup>2</sup>]). Según el Instituto Nacional del Corazón, los Pulmones y la Sangre de los Estados Unidos (NHLBI), el sobrepeso se define como un IMC de más de 25. Se considera que una persona es obesa si su IMC es superior a 30.

Con la cifra del IMC se puede averiguar su composición corporal desde la siguiente tabla:

Composición corporal	Índice de masa corporal (IMC)
Peso inferior al normal	Menos de 18,5
Normal	18,5 – 24,9
Peso superior al normal	25 – 29,9
Obesidad	Más de 30

1. Construí una función que represente el IMC para tu altura en particular.

### Figura 3: Actividad 2 sobre transformaciones de funciones

1. Sea  $f$  una función polinómica y  $k$  un número real entre 1 y 15, comparen, describan y justifiquen las características gráficas de las familias de curvas que resultan al variar el parámetro  $k$  en cada uno de los siguientes casos:

a)  $f(x) + k$       b)  $f(x) - k$       c)  $f(x + k)$       d)  $f(x - k)$   
 e)  $kf(x)$       f)  $\frac{1}{k}f(x)$       g)  $f(kx)$       h)  $f\left(\frac{1}{k}x\right)$

Para cada actividad, los alumnos contaron con 15 días para desarrollarla y subir la resolución al aula virtual de la materia. En total, 45 estudiantes entregaron las cuatro actividades. Respecto al análisis de las resoluciones, lo estamos realizando por estudiante desde la identificación de los registros utilizados, las conversiones hechas y el sentido de las mismas.

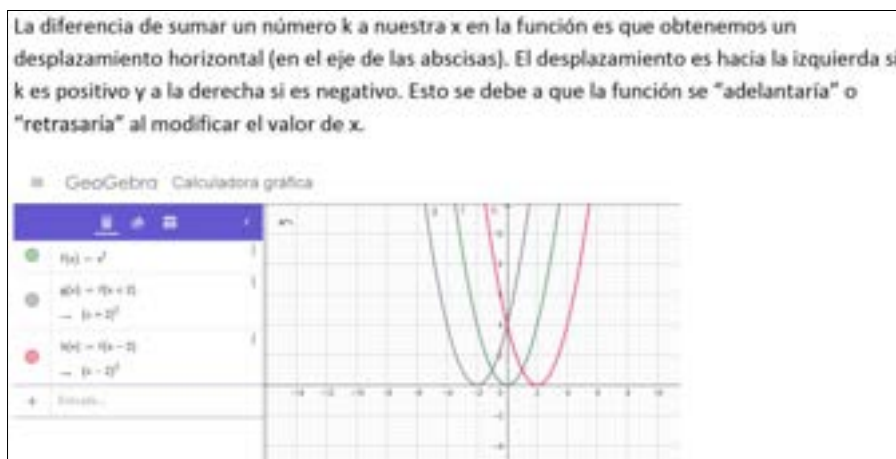
## Análisis de Datos

A modo de ejemplo, las Figuras 4 y 5 muestran las conversiones realizadas por un alumno en las resoluciones de las dos actividades presentadas anteriormente.

**Figura 4: Resolución de Actividad 1**



**Figura 5: Parte de la resolución de la Actividad 2 (puntos c y d)<sup>4</sup>**



Como se observa en las Figuras 4 y 5, el alumno utilizó de manera conjunta los registros verbal, algebraico y gráfico para explicar el desarrollo de las dos actividades, haciendo uso del software GeoGebra.

A partir de una tabla diseñada para sistematizar no solo el uso de los registros de representación y las conversiones realizadas por los estudiantes, sino también el sentido y seguimiento de dichas conversiones, estamos analizando las resoluciones de los alumnos. En la Tabla 1 presentamos parte de esa tabla original con los datos provenientes de las resoluciones de siete de los 45 estudiantes (las Figuras 4 y 5 forman parte de las conversiones realizadas por el Alumno 4). Cabe recalcar que las actividades habilitaban diferentes caminos de

<sup>4</sup> Por cuestiones de espacio no mostramos la resolución completa.

resolución usando distintos registros, por lo que la tabla solo refleja las conversiones que optaron por realizar los estudiantes.

**Tabla 1: Sistematización de datos**

Alumno	RNA		RAG		RGV		RAV		RNG	
	C1	C2	C1	C2	C1	C2	C1	C2	C1	C2
1	NC			R		<b>R</b>				
2									<b>M</b>	<b>M</b>
3	<b>B</b>								<b>R</b>	
4	<b>B</b>		<b>B</b>	<b>B</b>		<b>B</b>	<b>B</b>			
5	<b>R</b>		<b>R</b>	<b>B</b>		<b>B</b>			<b>R</b>	
6	<b>B</b>			<b>B</b>		<b>B</b>				
7	NC		<b>M</b>	<b>M</b>		<b>R</b>				

*Nota.* RNA = registro numérico a algebraico; RAG = registro algebraico a gráfico; RGV= registro gráfico a verbal; RAV = registro algebraico a verbal; RNG = registro numérico a gráfico, C1 = consigna 1; C2 = consigna 2, B = conversión bien hecha; R = conversión regular; M = conversión mal hecha; NC = No comprendió la consigna.

La lectura de las filas de la tabla de cada estudiante nos permite avanzar en el estudio de la aprehensión conceptual de los estudiantes respecto del objeto función de variable real. De acuerdo a la Tabla 1, los siete alumnos utilizaron, al menos, dos registros de representación semiótica en sus resoluciones (en negrita).

En la actividad 2, los estudiantes hicieron uso de graficadores –la mayoría utilizó GeoGebra– para visualizar las transformaciones, lo que les permitió enfocarse en el objetivo de la actividad, donde debían comparar, describir y justificar los cambios en las familias de curvas. De esa manera, el registro verbal resultó ser el protagonista de dicha actividad, estando también presente en las resoluciones de la actividad 1. Así, se hizo explícito un recurso que se tiende a marginar en la enseñanza de la matemática, donde se prioriza el uso de registros mono-funcionales, como el gráfico y el simbólico, en detrimento de registros multifuncionales, como es el registro verbal (Duval, 2016 y 2017).

### **Resultados Preliminares**

Como continuamos con el análisis de las resoluciones realizadas por los estudiantes, aún no contamos con resultados definitivos. Sin embargo, podemos decir que, en general, las producciones de aquellos alumnos que llevaron la materia al día fueron avanzando en el uso y coordinación de diferentes registros de representación. La mayoría utilizó, al menos, dos registros para el desarrollo de cada actividad. Entre los más usados estuvieron el registro el gráfico, trabajado en su mayoría con tecnología, y el registro verbal. En particular, este último tuvo una gran presencia en las actividades, como se observa en la Tabla 1, ya que las consignas requerían explicaciones, justificaciones, argumentaciones, etc. sumado a que, al trabajar de forma virtual, la escritura simbólica les representaba a muchos alumnos una dificultad, por lo que tuvieron que explicar por escrito eso que querían expresar en símbolos (como muestra la Figura 4).

Según Duval (2017) el pensamiento surge solo cuando las palabras comienzan a expresarlo, sin embargo, en la mayoría de las investigaciones sobre la enseñanza de la matemática se considera al registro verbal como un código que permite expresar un ya explícito pensamiento, reduciéndolo a la función de comunicación. Así, en la enseñanza, se favorecen las palabras –entendidas como códigos– en detrimento de la enunciación de oraciones, y la forma en que se usa dicho registro en las clases de matemática se vuelve completamente opaca para la mayoría de los estudiantes. Estas conclusiones a las que refiere Duval nos animan a pensar en futuros análisis de actividades matemáticas vinculadas al registro verbal.

### **Referencias Bibliográficas**

Cademartori, P., Calandra, V., y Marañón Di Leo, C. (2014, septiembre). *Registros de representación semiótica en el aprendizaje de la derivada en un curso de nivel universitario*. [Experiencia de aula]. XXXVII Reunión de Educación Matemática de la Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina, San Luis.

- Camós, C. (2013). *Un estudio sobre el uso del lenguaje natural y simbólico en la enseñanza y el aprendizaje de Matemática superior (Tesis doctoral no publicada)*. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Catamarca, Argentina.
- Chevallard, Y. (1991). Dimension instrumentale, dimension sémiotique de l'activité mathématique. *Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique de Grenoble*. Grenoble: LSD2 IMAG, Université J. Fourier.
- D'Amore, B. (2004). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Uno*(35), 90-106.
- Duval, R. (1993). Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de Science Cognitives* (5), 37-65.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Cali, Colombia: Universidad del Valle.
- Duval, R. (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. En R. Duval y A. Sáenz-Ludlow (Eds.), *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas* (pp. 61-94). Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. Springer.
- Guglielmone, M. L. (2019). *Lectura, escritura y comprensión de expresiones simbólicas como estrategia didáctica en el ingreso a la universidad: construyendo significados con tecnologías. El caso de la Facultad de Ciencias de la Administración de la Universidad Nacional de Entre Ríos*. Centro de Estudios Avanzados, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina. DOI: 10.13140/RG.2.2.16891.54561
- Guglielmone, M. L. (2020, septiembre). *Uso de registros de representación semiótica en la resolución de consignas matemáticas* [Reporte de investigación]. XLIII Reunión de Educación Matemática de la Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina (virtUMA2020).
- Hitt, F. (1997). Sistemas semióticos de representación. *Revista Avance y Perspectiva*, 16.

## **Comunicación Breve**

### **CA-TEM-1**

#### **Objeto Educacional como proposta de Ensino e Aprendizagem para a Geometria Espacial**

**Danielle dos SANTOS RODRIGUES**  
**danielle\_santosrodrigues@hotmail.com**  
**Carmen Teresa KAIBER**  
**carmen\_kaiber@hotmail.com**

**Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Brasil**

### **Resumo**

Este artigo apresenta parte de uma pesquisa que teve como objetivo investigar as possíveis contribuições do uso de uma Unidade de Ensino e Aprendizagem (UEA) no desenvolvimento de conceitos da Geometria Espacial de um grupo de estudantes de um terceiro ano do Ensino Médio e que levou a estruturação de um objeto educacional digital sobre Geometria Espacial, denominado GEOE, que será aqui apresentado. A UEA foi composta por um conjunto de atividades com ênfase na utilização de *softwares* educativos. Assim, busca-se neste artigo apresentar o GEOE e, a partir dele discutir e analisar as potencialidades, possibilidades e maneiras de criar e utilizar objetos de aprendizagem no processo de ensino e aprendizagem. A investigação apontou que o GEOE se constitui em um importante material de apoio para a aprendizagem, uma vez que, apresenta características que propiciam participação ativa aos estudantes, como situações para que possam conjecturar, criar hipóteses, fazer análises, reflexões, além de permitir ao docente tornar-se o mediador das aprendizagens. Pondera-se, que um dos desafios desta proposta, é despertar o discente para uma postura mais ativa, criativa e autônoma no seu processo de aprendizagem, assim, como o docente para uma postura que propicie ambiente e espaço para o aluno assim atuar. Entende-se que as tecnologias digitais estão se consolidando como importantes aliados ao processo de ensino e aprendizagem e que nos docentes devemos ter um olhar amigável para suas potencialidades

**Palavras-chave:** Geometria Espacial. Metodologias Ativas. Objetos Educacionais de Aprendizagem. Tecnologias Digitais.

## **Introdução**

A crescente busca por metodologias que possibilitem uma prática pedagógica capaz de ultrapassar os limites do ensino teórico e considerado tradicional, buscando alcançar a formação do sujeito como ser ético, crítico, reflexivo, transformador e humanizado, vem sendo o grande desafio no processo de ensino e aprendizagem (MORAN, 2015). Diante desses desafios, não é possível desconsiderar que, atualmente, a velocidade de produções e compartilhamentos de conhecimento tem sido cada vez mais alta, e que, em virtude desta rapidez, as formas de ensinar e aprender têm se modificado, tornando-se cada vez mais desafiadoras e complexas (ALMEIDA e VALENTE, 2011). Desse modo, a incorporação das tecnologias digitais no ensino e aprendizagem se faz necessária pois as mesmas se apresentam como promissoras no sentido de exercer um papel transformador no sistema educacional.

Neste contexto, busca-se lançar um olhar para a inserção das tecnologias digitais no ensino da Geometria Espacial, visto que, a Base Nacional Curricular Comum - BNCC (BRASIL, 2018) aponta para a importância de os conceitos Geométricos constituírem o currículo de Matemática, uma vez que o desenvolvimento do pensamento geométrico propicia ao estudante um tipo de pensamento que lhe permite compreender, de forma organizada, o mundo em que vive. Essas reflexões levaram a questão de pesquisa que moveu uma investigação da qual a pesquisa apresentada neste artigo é parte: Como o uso de tecnologias digitais nas aulas de Matemática, pode contribuir para o ensino e aprendizagem da Geometria Espacial no Ensino Médio? Alinhado a questão de pesquisa, o estudo teve objetivo investigar as potencialidades da utilização de uma Unidade de Ensino e Aprendizagem (UEA) no desenvolvimento de conceitos da Geometria Espacial de um grupo de estudantes do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública. Os desafios enfrentados no desenvolvimento e aplicação da UEA culminaram com a estruturação de objetos educacionais digitais sobre Geometria Espacial.

Assim, apresenta-se, aqui, resultados de uma busca por estratégias para o enfrentamento dos desafios postos no contexto do ensino e aprendizagem da Geometria Espacial. A busca foi por um trabalho que possibilitasse uma aprendizagem ativa por parte dos estudantes e que culminou com a estruturação do objeto educacional GEOE (Geometria Espacial). No que segue, julga-se pertinente apresentar o cenário de investigação que levou a estruturação do GEOE para, posteriormente, apresentar os objetos educacionais, a constituição e organização do mesmo.

## **Implementação da Unidade de Ensino e Aprendizagem-UEA<sup>5</sup>**

A investigação, no que se refere a constituição e aplicação da Unidade de Ensino e Aprendizagem foi organizada em três etapas. Na primeira, estruturou-se a UEA, constituída por um conjunto de atividades a serem desenvolvidas em sala de aula, com forte recurso às tecnologias digitais. A unidade foi organizada em três eixos: Geometria de Posição, Noções Primitivas e Conhecimentos Básicos, Poliedros: Prisma e Pirâmide. Na segunda etapa, ocorreu a aplicação da UEA junto a turma participante da pesquisa - um grupo de estudantes do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública - bem como os diferentes instrumentos de investigação. Já na terceira etapa, ocorreu a organização e análise dos dados.

Diante dos resultados oriundos dos primeiros encontros observou-se a necessidade de produzir diferentes materiais didáticos para serem trabalhados em sala de aula. Assim, buscou-se desenvolver um objeto educacional com o objetivo de se constituir em material de apoio para os estudantes utilizarem. Dessa maneira, elaborou-se o objeto educacional GEOE (Geometria Espacial), o qual foi constituído ao longo da investigação e utilizado, parcialmente, pelos estudantes.

Neste contexto, concorda-se com Almeida e Valente (2011) quando ponderam que diante dos desafios diários da sala de aula, não é possível desconsiderar que se vive em um tempo onde a velocidade de produções e compartilhamentos de conhecimento tem sido cada vez mais alta, e que, em virtude desta rapidez, as formas de ensinar e aprender têm se modificado, tornando-se cada vez mais desafiadoras e complexas. Desse modo, a incorporação das tecnologias digitais no ensino e aprendizagem se faz necessária pois as mesmas apresentam-se como promissoras no sentido de exercer um papel transformador no sistema educacional.

Nesse contexto, as tecnologias digitais ganham destaque especial na Educação Matemática, uma vez que propiciam ferramentas que podem ser importantes recursos para o ensino e aprendizagem. Kaiber e Conceição (2007), Gravina e Basso (2012) já destacavam a importância do uso das tecnologias no ensino, porquanto, influenciam a forma de ver, utilizar e produzir a Matemática, principalmente em sala de aula.

No que se refere à tecnologia no âmbito da Matemática escolar, a BNCC (BRASIL, 2018) aponta que o computador pode ser um aliado para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes, pois permite desenvolver um trabalho que favorece diferentes ritmos de aprendizagem, além de permitir os estudantes apreenderem com os seus erros. Nessa perspectiva, as tecnologias digitais podem se constituir em um poderoso recurso de suporte

---

<sup>5</sup> Pesquisa aprovada no Comitê de Ética em outubro de 2016, número 59898416.9.0000.5349.



para a aprendizagem, com inúmeras possibilidades pedagógicas a serem desenvolvidas. Concorda-se com Moran (2012) quando este defende que o uso das tecnologias no ensino e na aprendizagem corrobora para a formação de um aluno crítico, participativo no seu processo de aprendizagem e criativo.

Assim, entende-se, que as tecnologias digitais exercem um importante papel na busca de novas opções de trabalho para o ensino e a aprendizagem, servindo de instrumentos para que os desafios que emergem em sala de aula, como por exemplo, gerenciamento do tempo, falta de material didático, dentre outros, sejam minimizados. Buscando minorar os desafios mencionados, surgiu o interesse em buscar informações sobre objetos educacionais de Aprendizagem (OE), suas potencialidades, possibilidades e maneiras de criá-los e utilizá-los. Surgindo assim o GEOE (Geometria Espacial).

### **Objetos educacionais: uma proposta de metodologia ativa**

Diante das mudanças contínuas na sociedade, Kampff et al. (2004), Almeida e Valente (2011) já afirmavam que não é possível desprezar o potencial pedagógico que as tecnologias digitais apresentam quando incorporadas à educação. Groenwald e Ruiz (2006) ponderam, ainda, que o uso das tecnologias digitais pode influenciar beneficentemente no processo de ensino e aprendizagem, visto que, contribuem para a agilização de tarefas dos estudantes, bem como, são fontes de informação do conhecimento real aos mesmos, além de auxiliar o professor na sua docência através do uso de sistemas inteligentes.

Moran (2015) salienta que os métodos tradicionais que privilegiam somente a transmissão pelos professores, faziam sentido quando o acesso à informação era mais limitado. Com a difusão da internet e a divulgação de informação a qualquer instante o autor salienta que a aprendizagem pode ocorrer em qualquer lugar, a qualquer hora e com muitas pessoas, rompendo as fronteiras do espaço escolar. Neste contexto, buscou-se lançar um olhar para os objetos educacionais digitais e suas possíveis potencialidades. Wiley (2000), destaca que um objeto educacional-OE “[...] é qualquer recurso digital que pode ser reutilizado para apoiar a aprendizagem”, visto que, de acordo com o autor o OE, deve propiciar o processo de aprendizagem. Já Nikolopoulos et al. (2012, p. 113) defendem o OE como uma “unidade de conteúdo digital, autocontida e independente, a qual está associada com um ou mais objetivos de aprendizagem e tem como objetivo primário a habilidade de reuso em diferentes contextos educacionais”.

Concorda-se com Aguiar e Flores (2014) quando, afirmam que uma das vantagens do uso de OE é a possibilidade de o estudante fazer tentativas para construir hipóteses e estratégias sobre determinado tema, podendo obter *feedback* do computador que o auxilia na correção das estratégias, tornando o professor mediador dos conhecimentos embutidos no OE.

Contudo, Moran (2015) salienta que a inserção das tecnologias no ensino e na aprendizagem só será assertiva, quando a abordagem mecanicista for modificada, tornando-se uma abordagem sistêmica, cooperadora e integradora, promovendo assim, um protagonismo pessoal dos estudantes em relação ao seu aprendizado.

Deste modo, as metodologias ativas são pontos de partida para avançar nos processos de reflexão, integração e de reestabelecer essas novas práticas. Assim, concorda-se com Moran (2015) quando este defende que a formação do aluno crítico, participativo no processo de aprendizagem e criativo é alcançada por meio de metodologias ativas e não inertes. Bulegon e Mussoi (2014), ponderam que os objetos educacionais propiciam situações onde o estudante pode conjecturar, analisar, trabalhar em equipe, pesquisar, estudar, enquanto o professor atua como o mediador desta aprendizagem. As metodologias ativas, de forma geral, aspiram à formação do ser humano em caráter integral, fazendo com que aprendam, colocando “a mão na massa”. Segundo Berbel (2011, p.34), a adoção das metodologias ativas pode gradativamente promover [...] o desenvolvimento do espírito científico, do pensamento crítico, do pensamento reflexivo, de valores éticos, entre outras conquistas dessa natureza [...] contribuindo para o desenvolvimento da autonomia na formação do ser humano e de futuros profissionais.



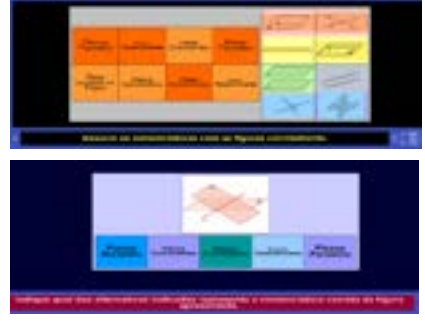


### **Constituição do Objeto Educacional de Aprendizagem - GEOE**

Para a construção do objeto educacional GEOE, buscou-se ferramentas gratuitas e de fácil manuseio disponibilizadas na *Web*, encontrando-se a plataforma *WIX*<sup>6</sup> que, apesar de ser uma plataforma de construção de *sites*, foi utilizada para a construção do GEOE. Os objetos educacionais foram constituídos a partir de materiais didáticos em *Power Point*, vídeos, atividades com o *software* JClick e com o GeoGebra, tendo como objetivo contribuir para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, seja em sala de aula ou fora do ambiente escolar. Apresentam-se, no que segue (Figura 1), as ferramentas utilizadas para o desenvolvimento dos objetos educacionais GEOE.

---

<sup>6</sup> <http://pt.wix.com>

**Figura 1 – Ferramentas utilizadas no OE-GEOE**

<p><b>Plataforma Wix</b></p>	<p>Plataforma online de criação de <i>sites</i> do tipo “arrastar e soltar” que oferece recursos em HTML5, o que permite ao usuário a edição sem precisar entender de programação, sendo possível criar <i>sites</i> com aparência profissional. Um dos grandes diferenciais da plataforma Wix, e que contribuiu para sua escolha para a criação dos OE, é que não exige que o aluno faça um <i>login</i> para ter acesso ao material. Após a criação e publicação é gerado um endereço eletrônico a partir do qual o estudante tem acesso ao conteúdo.</p>	
<p><b>Power Point</b></p>	<p>Foi utilizado para a construção dos materiais de estudo com os conhecimentos e procedimentos a serem trabalhados no objeto educacional GEOE.</p>	
<p><b>Aplicativo JClíc</b></p>	<p>O JClíc é uma aplicação de <i>software</i> livre baseada em modelos abertos que funcionam em diversos ambientes operativos: Linux, Mac OS-X, Windows e Solaris (GROEDERT et. al, 2010). Sua escolha para a construção das atividades, se justifica, pela simplicidade para a construção, não exigindo domínio de programação, pela variedade de atividades disponibilizadas pelo <i>software</i> e pela possibilidade de agrupar diferentes atividades em uma única pasta, estabelecendo assim, uma sequência de atividades de diferentes tipos.</p>	
<p><b>Software GeoGebra</b></p>	<p>O GeoGebra é um <i>software</i> de Geometria Dinâmica, livre e gratuito, que pode ser utilizado em todos os níveis de ensino. O <i>software</i> destaca-se por oferece várias representações simultâneas de cada objeto, incluindo recursos para visualização 3D, o que permite representar e trabalhar com diferentes tipos de objetos não planos.</p>	
<p><b>Vídeos</b></p>	<p>A inserção de vídeos no GEOE visou abordar conceitos e procedimentos desenvolvidos no OE, considerando que em vídeos a linguagem pode se aproximar de uma linguagem atual dos estudantes, pois se distancia do livro didático, das atividades de sala de aula e da rotina escolar (MORAN, 2009).</p>	

**Fonte: Rodrigues (2018)**

Assim, foram elaborados e organizados o objeto educacional digital GEOE, o qual foi fruto de uma investigação de mestrado acadêmico sendo que a construção dos mesmos foi motivada pelo interesse na produção de materiais didáticos a serem disponibilizados tanto para alunos como para professores.

**Considerações Finais**

As reflexões apresentadas nesse artigo buscaram problematizar a utilização de recursos das tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem. Para tanto, colocou-se em destaque parte da investigação realizada no âmbito do desenvolvimento de uma unidade de ensino e aprendizagem que levou a constituição do objeto educacional de aprendizagem GEOE. Considera-se que o GEOE se constitui em um importante material de

apoio para a aprendizagem dos estudantes, por apresentar características que propiciam aprendizagem ativa aos mesmos, bem como situações que possibilita conjecturar, criar hipóteses, fazer análises, reflexões. Entende-se que as tecnologias digitais estão se consolidando como importantes aliados ao processo de ensino e aprendizagem, e um olhar amigável deve ser lançado para suas potencialidades e vantagens dentro de cada realidade. No entanto, diante da realidade de muitas comunidades escolares o uso desta ferramenta no processo de ensino e aprendizagem é inviabilizada, por não dispor de estruturas físicas apropriadas para sua inserção em sala de aula, debate este que deve ser ponderado, sendo que uma ferramenta com grandes potencialidades no processo de ensino e aprendizagem, deveria ser assegurada para toda a rede de ensino.

### **Referências Bibliográficas**

- Aguiar, E. V. B., & Flores, M. L. P. *Objetos de Aprendizagem: conceitos básicos*. In: TAROUCO, Liane Margarida Rockenbach et al. *Objetos de aprendizagem: teoria e prática*. Porto Alegre: Evangraf, 2014. p. 12-28.
- Almeida, M. E. B., & Valente, J. A. *Tecnologias e Currículo: trajetórias convergentes ou divergentes?* São Paulo: Paulus, 2011.
- Bulegon, A. M., & Mussoi, E. M. *Pressupostos Pedagógicos de objeto de aprendizagem*. In: tarouco, L. M. R. et al. *Objetos de aprendizagem: Teoria e Prática*. Porto Alegre: Evangraf, 2014. p. 54-75.
- Berbel, N. *As metodologias ativas e a promoção da autonomia dos estudantes*. Semina: Ciências Sociais e Humanas, Londrina, v. 32, n. 1, p. 25-40, jan/jun. 2011.
- Brasil. *Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular – Documento preliminar*. MEC. Brasília, DF, 2018. Disponível em: <[http:// http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC\\_EnsinoMedio\\_embaixa\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site.pdf)>. Acesso em: 27/05/2018.
- Gravina, M. A., & BASSO, M. V. A. *Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de Matemática*. p.180, elaborado, Biblioteca Central da Universidade Federal do Rio grande do Sul. Porto Alegre: Evangraf, 2012.
- Groenwald, C. L. O, & Ruiz, L. M. (2006). Formação de Professores de Matemática: uma proposta de ensino com novas tecnologias. *Acta Scientiae*, Canoas, v.8, n.2, jul/dez.
- KAIBER, C. T; & CONCEIÇÃO, C. P. *Software Educativo e o Ensino da Trigonometria*. In: LEIVAS, J. C. P. *Educação Matemática em Revista – RS*. p. 37-50, n. 8, ano. 8, 2007.
- Kampff, A. J. C., Machado, J. C., & Cavedini, P. (2004). *Novas Tecnologias e Educação Matemática*. In: *X workshop de informática na escola e XXIII Congresso da Sociedade Brasileira de Computação, Bahia*. Disponível em: <<https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/13703>> Acesso em: 10 jun. 2018.
- MORAN, J. M. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. Campinas: Papirus Editora, 2009.
- MORAN, José Manuel. *A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá*. 5ª Ed. Campinas: Papirus, 2012.
- MORAN, J. M. *Mudando a educação com metodologias ativas*. 2015. Disponível em: <[http://www2.eca.usp.br/moran/wp-content/uploads/2013/12/mudando\\_moran.pdf](http://www2.eca.usp.br/moran/wp-content/uploads/2013/12/mudando_moran.pdf)> Acesso em: 15 fevereiro 2019
- Nikolopoulos, G.; solomou, G.; pierrakeas, C.; kameas, A. *Modeling the characteristics of a learning object for use within e-learning applications*. BCI'12. Proceedings of the Fifth Balkan Conference in Informatics. p. 112-117., NY, USA: ACM New York, 2012.
- Rodrigues, D.S. *Contribuições da utilização de uma Unidade de Ensino e Aprendizagem (UEA) para o Ensino de Geometria Espacial*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-

Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil. Rio Grande do Sul, p. 154. 2018.

WILEY, D. A. *Learning Object Design and Sequencing Theory*. Thesis (Philosophy Course), Department Of Instructional Psychology And Technology, Brigham Young University, Provo, Utah, USA, 2000.

## Comunicación Breve

### CA-VEM-1

**Aprendizado Mútuo: Relatos de um Curso de Extensão intitulado:  
Como avaliar em Matemática partindo do Paradigma da Complexidade**

**Vagner Euzébio BASTOS**  
**vagnerdamatematica@gmail.com**

**IFSUL, Brasil**

**Norberto BOGGINO**  
**nboggino@gmail.com**

**Universidad Nacional de Rosario, Argentina**

### Resumo

Este artigo relata a experiência vivida na execução de um projeto de extensão do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia Sul-rio-Grandense Câmpus Camaquã, intitulado “Avaliação em Matemática partindo do Paradigma da Complexidade”. Inicialmente previsto para ser realizado na modalidade presencial, necessitou sofrer adaptações para, então, passar a ser aplicado à distância, em virtude da pandemia de Covid19. O curso passou a ser administrado via MOODLE *Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment*, com metodologia MOOC (*Massive Open Online Course*). A formação objetivava oportunizar, aos colegas da área de Matemática, um (re)pensar sobre o ato de avaliar. Um deslocamento de paradigma. Da simplicidade para a Complexidade. Ao afastar-se de práticas avaliativas de caráter reducionistas e lineares, que, em geral, se resumem a uma finalidade classificatória ou seletiva, os participantes pudessem se aproximar de um olhar conjuntural sobre a avaliação. Olhar este, que nos leva a complexidade. Para cumprir tal intento, a formação foi dividida em oito módulos, nos quais ocorreram debates (através de fóruns), leitura de artigos, partes de livros, visualizações de entrevistas, observação de vídeo/aulas (de produção autoral), etc. O curso permitiu experienciar todos os benefícios e as dificuldades de se trabalhar em um ambiente virtual de aprendizagem (AVA). O retorno foi muito satisfatório, ainda mais se pensarmos que vivemos tempos de pandemia.

**Palavras chave:** Matemática. Simplicidade. Complexidade. Avaliação da aprendizagem. Avaliação partindo da Complexidade.

## **Introdução**

Infelizmente, muitos professores de Matemática, ainda concebem suas avaliações educativas sobre uma óptica reducionista, fragmentada, descontextualizada e linear; ancorada, historicamente, no paradigma da simplicidade. “Tal paradigma, por sua vez, percebe a avaliação como um simples ato isolado e coloca toda carga de peso sobre o aluno ou sobre o seu conhecimento” (Boggino e Bares, 2016, pág 13). Logo, uma avaliação segundo o paradigma da complexidade nos possibilitaria romper com esta lógica de olhar “somente por frestas”; pois é através da complexidade que se torna possível avaliar, não somente o aluno, mas também, os docentes, os gestores, a Escola como organização e Instituição, os documentos institucionais, o material didático, o contexto social e cultural - Todos esses “fatores” formam uma rede interconectada e interdependente. Logo, ao considerar as múltiplas categorias conceituais que configuram a avaliação, como: a flexibilização, a pluricausalidade, a não fragmentação, o não determinismo; poderemos avançar no diálogo entre as outras áreas do conhecimento e a Matemática, oportunizando, assim, a formação integral do aluno. E quiçá possibilitar uma redução dos índices de retenção na disciplina de Matemática.

Logo, uma proposta de Formação Inicial e Continuada (FIC), alicerçada no paradigma da complexidade, poderia ser uma excelente estratégia, na construção de um olhar conjuntural sobre o ato de avaliar na disciplina de Matemática. De formas que, ao (re)pensar a avaliação no campo educacional, passem a rever outras questões alusivas à sua profissão, como por exemplo, suas práticas pedagógicas. O curso tinha como público-alvo os colegas professores das redes públicas e privadas da cidade de Camaquã, atuantes no Ensino Médio e Fundamental desta Cidade que faz parte da Região Centro-Sul do Estado do Rio Grande do Sul<sup>7</sup>. Distante 127 km de Porto Alegre, Capital do Estado. Porém, devido à pandemia de Covid-19, a formação ganhou outros contornos, alcançando outras regiões do próprio Estado e do Brasil.

## **Desenvolvimento**

Inicialmente pensávamos em atender, presencialmente, os colegas professores de Matemática, atuantes nas 9 Escolas de Ensino Médio e nas 38 Escolas de Ensino Fundamental da Cidade. Porém, por conta da pandemia e das questões advindas do isolamento social, optamos por não oferecê-lo neste formato. Resolvemos então, oportunizá-lo na modalidade EAD. Acreditávamos ser importante, manter a oferta do curso, visto que, os colegas estariam em *Home office*, com horários mais “flexíveis” e por ser a temática muito interessante e pertinente.

Porém, as tentativas de aproximação com as Coordenadorias locais de Ensino (Municipal e Estadual) não foram proveitosas. Mesmo oferecendo um curso gratuito e de qualidade aos gestores locais, estes mostram-se pouco interessados em ajudar a implementar a formação. Talvez estivessem focados em outras demandas geradas pela pandemia; ou, até mesmo, envolvidos com questões relativas às eleições municipais. O fato é que profissionais de outras regiões do Estado, Brasil e até América Latina manifestaram interesse pelo curso. As redes sociais impulsionaram sobremaneira esta possibilidade. Então, o que era para ser mais restrito, alastrou-se, ganhando desdobramentos diferentes do esperado inicialmente, o que por sua vez, tornou-se uma ótima oportunidade de se fazer conhecer o Instituto Federal (IFSUL) e a Cidade de Camaquã.

Houve 186 inscrições em um mês de divulgação. Como um dos requisitos era possuir licenciatura ou bacharelado na área de Matemática, os aptos a cursarem caíram para 153 colegas. Destes, 76 efetuaram matrícula. O curso foi organizado em 8 módulos, da seguinte forma.

Módulo 1 – Características do Pensamento Complexo;

Módulo 2 – Crise do Paradigma Dominante e o Paradigma Emergente;

Módulo 3 – Tipificação da Avaliação em Educação;

Módulo 4 – Avaliação Formativa;

---

<sup>7</sup> É uma das 27 unidades federativas do Brasil.

Módulo 5 –A Necessária Reforma do Pensamento;

Módulo 6 –Avaliação em Matemática a partir do Paradigma da Complexidade;

Módulo 7 – Avaliação em Matemática a partir do Paradigma da Complexidade;

Módulo 8 – Avaliação em Matemática a partir do Paradigma da Complexidade;

### **Avaliação em Matemática a partir do Paradigma da Complexidade**

O curso parte da premissa que, falta aos professores de Matemática, um olhar conjuntural sobre o ato de avaliar. Os mesmos, insistem em conceber suas avaliações educativas sob uma óptica reducionista, fragmentada, descontextualizada e linear. Isto é, os colegas professores desta disciplina, continuam a avaliar somente os alunos ou a suas produções. O que por sua vez, gera angústia aos mesmos, os ilude, encobrem suas falhas e realçam seus pontos fortes.

Boggino e Bares (2016), afirmam que:

Historicamente la evaluación en el ámbito educativo fue pensada y planteada desde el paradigma de la simplicidad, evaluando los conocimientos como simples actos aislados, poniendo todo el peso em el alumno y em el conocimiento, em forma descontextualizada y enfatizando, a su vez, em la vertiente negativa, em las barreras u obstáculos (Pág. 19).

O fato de avaliar-se somente o aluno, ou apenas a produção deles, é um grande risco, pois não é possível ignorar o conjunto de dimensões necessárias para a análise e compreensão envolvidas nos processos avaliativos. Ainda que fosse possível analisar somente a dimensão ‘aluno’, deveríamos levar em consideração as componentes singulares deles, que são frutos de dimensões como: experiências de vida, saberes previamente definidos, marcas sociais, comunidade onde vive, etc. Nesse sentido, uma avaliação segundo o paradigma da complexidade possibilitaria romper com esta lógica “simplista”.

Segundo os autores, o posicionamento do docente a partir de uma abordagem complexa permite refletir sobre a pluricausalidade e as múltiplas dimensões que produzem o saber. É preciso, porém, não o conceber de forma separada; mas sim como uma rede que gera inter-relações e inter-retroações entre eles, e entre eles e outros acontecimentos sociais como: a aprendizagem, o ensino, a acessibilidade universal ou a violência.

Propomos, um esquema figurativo, o qual nos ajudará a compreender a avaliação sob a ótica da complexidade. Segue o esquema:

**Figura 1. Avaliação em Matemática a partir do Paradigma da Complexidade**



Podemos perceber nesta figura que, pensar a avaliação, partindo do paradigma da complexidade, consiste em considerar uma série de relações conexas, tais como: O aluno, o docente, a Instituição, o contexto sócio-cultural, as representações sociais, as políticas educativas, a comunidade onde vivem, as políticas educativas, etc. Cada uma destas dimensões de análise está em rede (se liga) com outras categorias conceituais também importantes. Vejamos. Se nós pensarmos somente na dimensão de análise intitulada: Instituição.

**Figura 2. Dimensão de Análise: Instituição**



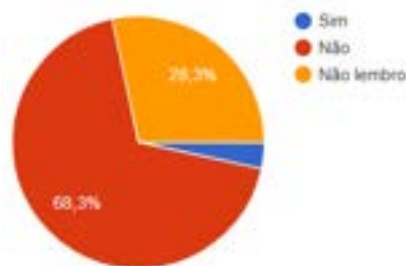
Esta dimensão de análise está em rede (se liga) com outras categorias conceituais, como: as condições das salas de aula, laboratórios, auxílios psicológicos, pedagógicos, etc. É importante salientar que, esta análise necessita ser feita para cada dimensão da figura 1. Um posicionamento como este, gera sempre, o seguinte questionamento: Eu tenho que avaliar tudo isso? A resposta é simples: sim. Cada professor deve elaborar a “sua matriz de referência”, o seu “esquema” de como avaliar, para então contrastar com a sua realidade. Infelizmente o que acontece em muitos casos é que: Ainda se confunde avaliação da aprendizagem com avaliação. São coisas distintas. Porém passível de confusão. E que necessitam um aclarar. Logo, o objetivo de nossa formação era, provocar esta reflexão. Oportunizar um (re)pensar sobre o ato de avaliar de formas que ao abandonar avaliações de carácter classificatório ou seletivo, nossos colegas passassem a considerar a mesmas com propósitos diagnósticos e inclusivos.

### **Voltando a Execução da Formação**

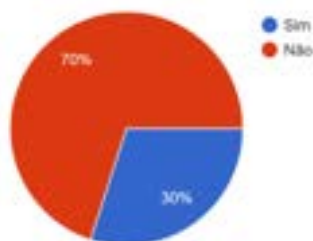
Como dito anteriormente, o curso foi dividido em oito módulos, cada um, em geral, continha: Um (1) formulário com perguntas sobre a familiaridade do “cursista” com o tema proposto (naquele módulo); textos (artigos ou partes de livros); *power point* e/ou vídeos sobre o assunto; tarefas para entregar (pedido de redações ou perguntas sobre o assunto); um (1) formulário intitulado “sua contribuição com o curso” - Neste, oportunizávamos um espaço para críticas, elogios e sugestões. A primeira constatação importante sobre a pertinência do curso pode ser observada nas figuras abaixo:



**Figura 3. Percentual de cursistas que estudaram sobre a complexidade na graduação**



**Figura 4. Percentual de cursistas que leram algum livro e/ou artigo sobre complexidade**



Como o público era bastante variado, ou seja, de todas as partes do Estado e até do País, podemos, tranquilamente, inferir, ao observar as figuras, que o tema “complexidade” se fazia e faz pertinente. Ainda mais no que concerne à sua relação com avaliação.

Conforme os dados fornecidos pelo Moodle (entrega de tarefas por parte dos participantes), pudemos perceber, também, que os dois primeiros foram bem frequentados. Os dois posteriores, tipificação da avaliação e avaliação formativa, já sofreram algumas baixas. Os cursistas justificaram sua ausência (via questionário), mencionando questões de saúde (muitas originadas pela pandemia), as demandas laborais extras (*home office*), questões pessoais, etc. Os colegas que ultrapassaram as etapas alusivas aos módulos IV e V, seguiram até o final do curso.

### **Atualmente**

Partimos, agora, para a análise dos questionários (questões abertas) propostos no decorrer do curso, objetivando a redação do relatório final (pormenorizado) do curso de extensão. Para tal procedimento utilizaremos a Análise Textual Discursiva (ATD). Roque (2003) salienta que:

a análise textual qualitativa pode ser compreendida como um processo auto-organizado de construção de compreensão em que novos entendimentos emergem de uma sequência recursiva de três componentes: desconstrução dos textos do corpus, a unitarização; estabelecimento de relações entre os elementos unitários, a categorização; o captar do novo emergente em que a nova compreensão é comunicada e validada (pág. 197).

Em linhas gerais, e de forma preliminar, podemos enunciar, que o curso efetivamente atingiu o seu objetivo. E que, por mais desafiador que seja trabalhar em um ambiente virtual de aprendizagem (AVA), o retorno é muito satisfatório. Ainda mais em tempos de pandemia. Certamente podemos afirmar, que foi um período de aprendizado mútuo.

### **Referências Bibliográficas**

- Boggino, N., & Barés, E. (2016). *Cómo evaluar desde el paradigma de la complejidad*. Homo Sapiens Ediciones.
- Moraes, R. (2003). *Uma tempestade de luz: A compreensão possibilitada pela análise textual discursiva*. 9(2), 191–210.

## **Comunicación Breve**

### **GTD-3-CJ-01**

#### **Aplicações da Criptografia para o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos**

**Bárbara Elisa KRANZ**  
barbaraelisa13@hotmail.com

**Clarissa de Assis OLGIN**  
Clarissa.olgin@yahoo.com.br

**Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Canoas/RS, Brasil**

#### **Resumo**

O trabalho por meio de temáticas de ensino, como proposto pelos documentos curriculares nacionais brasileiros é uma possibilidade para a contextualização dos conteúdos desenvolvidos em sala de aula, assim como a utilização de recursos digitais é uma alternativa para a construção de conhecimentos matemáticos pelos estudantes. Entende-se que uma temática que pode ser explorada no Currículo de Matemática do Ensino Médio é a criptografia, pois é um tema atual e que faz parte da vida moderna. Este artigo tem como objetivo apresentar as contribuições de uma sequência didática que relacionou a temática criptografia e o conteúdo de matrizes, explorando os recursos das planilhas eletrônicas, no Ensino Médio. A pesquisa caracteriza-se como uma investigação matemática de caráter qualitativo, tendo sido aplicada com seis estudantes do terceiro ano do Ensino Médio, de uma escola pública, no estado do Rio Grande do Sul (Brasil). Os dados obtidos e analisados nessa pesquisa são oriundos da aplicação de questionários, registros escritos e arquivos salvos em planilhas eletrônicas dos participantes. Por meio deste estudo concluiu-se que a elaboração de atividades contextualizadas do conteúdo de matrizes aliada ao tema criptografia pode contribuir para o entendimento desse conteúdo, assim como a utilização das planilhas eletrônicas pode facilitar o processo de ensino dos estudantes do Ensino Médio.

**Palavras-chave:** Currículo de Matemática. Criptografia. Matrizes. Planilhas eletrônicas.

## **Introdução**

Discussões quanto a importância da abordagem contextualizada dos conteúdos matemáticos é discorrido nos documentos curriculares brasileiros como, na lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (1996), nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), nas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (1998), na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) que buscam, por meio de temas que sejam de interesse dos estudantes, mostrar a aplicabilidade destes conteúdos, bem como contribuir para a sua formação.

Para tanto, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) enfatiza o dever dos sistemas e redes de ensino de “[...] incorporarem aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora” (Brasil, 2018, p. 19). Por isto, são apresentados os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs) que propõe assuntos que sejam de interesse e de relevância para a formação dos estudantes, sendo divididos em macroáreas temáticas que devem ser abordados ao longo do currículo escolar de forma transversal e integradora (Brasil, 2019).

Os estudos de Olgin (2015) contribuíram para a classificação de Temas de Interesse para o Currículo de Matemática, os quais são tidos como “[...] assuntos relevantes para a formação do estudante, temas modernos e que possam potencializar o Currículo de Matemática do Ensino Médio, permitindo o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos” (Olgin, 2015, p. 65). Os temas são classificados em oito temáticas, destacando-se neste trabalho a temática Contemporaneidade, que abrange temas oriundos da vida na sociedade, como a temática criptografia.

A criptografia surgiu da necessidade de transmitir informações de forma secreta, segura e sem que fossem alteradas suas informações, estimulando o desenvolvimento de métodos de ocultação que dão acesso ao conteúdo das mensagens apenas para o destinatário (Terada, 1988; Carneiro, 2015). Com o incessante avanço das tecnologias, a criptografia torna-se imprescindível uma vez que garante a privacidade e segurança na troca de informações por meios tecnológicos (Urgelles, 2018).

Ainda, a temática possibilita a aplicabilidade contextualizada de conteúdos matemáticos, como o de matrizes, que podem ser desenvolvidos através de atividades didáticas buscando o aprimoramento, a atribuição de significados e motivações para a aprendizagem dos estudantes do Ensino Médio (Olgin, 2011; Rosseto, 2018).

O presente trabalho tem como objetivo apresentar as contribuições de uma sequência didática que relacionou a temática criptografia e o conteúdo de matrizes, explorando os recursos das planilhas eletrônicas no Ensino Médio. A sequência foi aplicada de forma remota no ano de 2020, com estudantes do 3º ano do Ensino Médio, de uma escola pública do município de Montenegro/RS.

## **Currículo: trabalhando com temas contemporâneos e de interesse**

Preocupações quanto a inserção do ensino por meio de temáticas nas escolas brasileiras vem sendo discutidas e aprimoradas nas últimas décadas. Em 1997, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apresentaram os Temas Transversais<sup>8</sup> que buscavam debater assuntos relativos as questões sociais de forma transversal nas disciplinas escolares (Brasil, 1997; Monteiro & Pompeu Junior, 2001). Para Barbosa (2013, p.10), os Temas Transversais visavam “garantir a interdisciplinaridade no ensino/aprendizagem e de possibilitar que o aprendiz torne significativo o que aprende”.

---

<sup>8</sup> Os Temas Transversais são divididos em seis temáticas, a saber: Ética, Meio Ambiente, Orientação Sexual, Pluralidade Cultural, Saúde e Trabalho e Consumo (Brasil, 1997).

Em 2000, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) apontavam a relevância do trabalho interdisciplinar e por meio dos Temas Transversais para o desenvolvimento de conteúdos do Ensino Médio (Brasil, 2000; Álvarez et al, 2002). Também as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) ressaltavam a importância do trabalho com temáticas para a contextualização dos conhecimentos escolares pelos estudantes (Brasil, 2006).

Atualmente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) traz que é dever das instituições de ensino trabalhar com temas contemporâneos nos currículos, buscando desenvolvê-los de forma transversal e integradora (Brasil, 2018). As propostas pedagógicas das escolas devem refletir “[...] as necessidades, possibilidades e os interesses dos estudantes, assim como suas identidades linguísticas, étnicas e culturais” (Brasil, 2018, p. 15).

A fim de subsidiar temas contemporâneos para serem aplicados e debatidos em sala de aula, a BNCC (Brasil, 2019) apresenta os Temas Contemporâneos Transversais que

“[...] buscam uma contextualização do que é ensinado, trazendo temas que sejam de interesse dos estudantes e de relevância para seu desenvolvimento como cidadão. O grande objetivo é que o estudante não termine sua educação formal tendo visto apenas conteúdos abstratos e descontextualizados, mas que também reconheça e aprenda sobre temas que são relevantes para sua atuação na sociedade” (Brasil, 2019, p. 7).

Então os TCTs trazem assuntos que exprimem as vivências da comunidade escolar, da contemporaneidade e que podem ser trabalhados de forma transversal na escola (Brasil, 2019; Viçosa et al, 2020). São considerados conteúdos essenciais para a Educação Básica, pois desenvolvem habilidades relacionadas aos componentes curriculares e encontram-se divididos em seis macroáreas temáticas<sup>9</sup> que englobam quinze Temas Contemporâneos<sup>10</sup>.

A pesquisa de Olgin (2015) relacionada aos Temas de Interesse traz contribuições para o Currículo de Matemática que procura contextualizar o ensino dos conteúdos matemáticos. De acordo com Olgin (2015, p. 65), estes temas outorgam aos estudantes “[...] valores sociais, culturais, políticos, econômicos, de forma a atender as necessidades e objetivos dos sujeitos envolvidos nessa relação, que permitam a formar um cidadão atuante e comprometido”. Os temas foram classificados em oito temáticas, sendo elas: Contemporaneidade, Político-Social, Cultura, Meio Ambiente, Conhecimento Tecnológico, Saúde, Temáticas Locais e Intramatemática (Olgin, 2015). Para embasamento desta pesquisa utilizou-se a temática Contemporaneidade, em que Olgin (2015) indica a criptografia como um tema a ser explorado.

Aspirando fomentar o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, elaborou-se uma sequência didática que permitiu a utilização de recursos digitais aliado ao tema criptografia para o aplicar o conteúdo de matrizes, como proposto pelos documentos curriculares nacionais (Brasil, 2018; 2019). Para Brasil (2018), os estudantes devem desenvolver a competência de utilizar tecnologias digitais de informações e comunicação de forma significativa e reflexiva para produzir conhecimentos e resolver problemas.

---

<sup>9</sup> As macroáreas temáticas dos TCTs são Meio Ambiente, Economia, Saúde, Cidadania e Civismo, Multiculturalismo e Ciência e Tecnologia (Brasil, 2019).

<sup>10</sup> Os Temas Contemporâneos abordados nas macroáreas dos TCTs são Ciência e Tecnologia, Direitos da Criança e do Adolescente, Diversidade Cultural, Educação Alimentar e Nutricional, Educação Ambiental, Educação para a valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras, Educação em Direitos Humanos, Educação Financeira, Educação Fiscal, Trabalho, Educação para o Consumo, Educação para o Trânsito, Processo de envelhecimento, respeito e valorização do Idoso, Saúde e Vida Familiar e Social (Brasil, 2019).

À vista disso, percebe-se que o trabalho com temáticas é indicado para o Currículo de Matemática do Ensino Médio e a criptografia é um tema que pode ser explorado por meio de uma sequência de atividades que explorem sua história, os conteúdos matemáticos e as tecnologias digitais.

### **Metodologia**

A pesquisa possui uma abordagem de pesquisa qualitativa que busca compreender e descrever, por meio de uma análise descritiva, os dados obtidos (Bogdan & Biklen, 1994) por meio de uma investigação sobre o tema criptografia relacionado ao conteúdo de matrizes com a utilização de planilhas eletrônicas, como recurso digital.

O trabalho foi dividido em cinco momentos a fim de contextualizar o conteúdo matemático de matrizes do Ensino Médio. No primeiro momento buscou-se estudos sobre temáticas no Ensino de Matemática, onde foram investigados os documentos educacionais brasileiros e a pesquisa de Olgin (2015) quanto ao trabalho com temáticas no Currículo de Matemática do Ensino Médio. No segundo momento se realizou um levantamento bibliográfico quanto a relação do conteúdo de matrizes e a temática criptografia. No momento seguinte foram elaboradas as atividades que explorassem as cifras histórias e códigos com o conteúdo de matrizes, com a utilização das planilhas eletrônicas. No quarto momento realizou-se a aplicação da sequência didática com estudantes do 3º ano do Ensino Médio, de forma remota por meio da plataforma Moodle<sup>11</sup>. E no quinto momento foi realizada a análise dos dados obtidos durante a aplicação.

### **Resultados e Discussões**

A sequência didática foi aplicada de forma remota via plataforma Moodle com 6 estudantes do 3º ano do Ensino Médio, da Escola Estadual Técnica São João Batista, em Montenegro/RS. Além do Moodle foi criado um grupo no *Whatsapp* para a comunicação entre a pesquisadora e os estudantes. A aplicação da sequência ocorreu em seis encontros durante os meses de setembro e outubro de 2020, e foram divididos para contemplar a aplicação dos questionários inicial e final, a história em quadrinhos desenvolvida para a pesquisa e as cinco atividades que exploraram cifras históricas e o conteúdo de matrizes, conforme apresentado no Quadro 1.

**Quadro 1 – Encontros para aplicação da sequência didática**

Semana	Recurso utilizado para os encontros	Atividade
1	Videoconferência	Apresentação, cadastramento na plataforma Moodle e aplicação do questionário inicial.
2	Plataforma Moodle	Apresentação em PPT da história em quadrinhos envolvendo o tema criptografia e atividade da Cifra de Vigenère.
3	Plataforma Moodle	Atividades das Cifras Playfair e ADFGVX.
4	Plataforma Moodle	Atividades da Cifra de Hill.
5	Plataforma Moodle	Atividades da Cifra MKO.
6	Videoconferência	Aplicação do questionário final e encerramento.

**Fonte: As autoras**

Os participantes da pesquisa tinham idade entre 17 e 18 anos, e todos tiveram contato com o conteúdo de matrizes no ano letivo de 2019. Sobre a temática criptografia, os seis estudantes tinham conhecimento do assunto, mas apenas dois tiveram contato durante o Ensino Fundamental ou Ensino Médio, nas disciplinas de

<sup>11</sup> Pesquisa aprovada pelo Comitê de Ética sob CAAE 20057119.1.0000.5349.

Matemática e/ou Língua Portuguesa e um estudante durante um Curso de Informática. Quanto a utilização das planilhas eletrônicas, 4 dos estudantes tiveram contato, mas apenas dois responderam ter noção de operações no programa. Para a análise dos resultados os participantes foram denominados: Aluno A, Aluno B, Aluno C, Aluno D, Aluno E e Aluno F.

Entende-se que o conteúdo de matrizes pode ser contextualizado por meio da temática criptografia, uma vez que possibilita criar atividade que relacionam as operações de matrizes com cifras e códigos (Olgin, 2015). Dessa forma, trazemos a resolução e análise das atividades da CIFRA MKO<sup>12</sup> realizadas pelos participantes. A primeira atividade da cifra envolve a transposição de matrizes e observa-se que o Aluno C e do Aluno D experimentaram os recursos das planilhas eletrônicas, utilizando a operação de *transpor*. Os demais participantes realizaram a atividade também nas planilhas eletrônicas, mas de forma manual. A Figura 1 traz a resolução do Aluno C, que selecionou o número de células adequadas para utilizar a função *transpor* da planilha eletrônica, obtendo assim a matriz transposta.

**Figura 1 – Resolução da matriz transposta pelo Aluno C**

Estou enviando uma mensagem secreta para você. Para descobrir você terá que aplicar a Cifra MKO, seguindo os passos indicados. A mensagem é:

25|16|21|16|40|16|13|15|15|31|

A matriz-chave é:

2	7
9	13
7	8
4	1
2	3

A matriz mensagem codificada tem seus elementos distribuídos em colunas. A chave de decodificação será a transposta da matriz-chave em uma operação de subtração com a matriz mensagem.

Para você descobrir a mensagem enviada, siga os seguintes passos:

**ENCONTRE A MATRIZ TRANSPOSTA**  
Comece a matriz transposta da matriz-chave pela célula Q7

TRANSPOSE(13:13)	4	2	
TRANSPOSE(matriz)	8	1	3

**MOSTRE A MATRIZ MENSAGEM**  
Comece a matriz mensagem pela célula Q16

25	21	40	13	15
16	16	16	15	31

Fonte: Arquivo da planilha eletrônica do Estudante C

Para as atividades da cifra que envolviam as operações de inversa e multiplicação entre matrizes apenas o Aluno A, o Aluno C e o Aluno D utilizaram os comandos das planilhas eletrônicas para realizar as operações. A Figura 2 apresenta a resolução do estudante B.

<sup>12</sup> A Cifra MKO foi desenvolvida pelas autoras deste trabalho para a sequência didática envolvendo o tema Criptografia aliado ao conteúdo de Matrizes.

Figura 2 – Resolução da matriz inversa e da multiplicação entre matrizes pelo estudante B

Estou enviando uma mensagem secreta para você. Para decodificá-la, você terá que aplicar a Cifra MDG, seguindo os passos indicados. A mensagem é:

$$\begin{pmatrix} 5 & 30 & 15 & 5 & 16 & 51 & 17 & 13 & 10 & 31 & 11 & -5 & -30 & -14 \\ -5 & -13 & -72 & -17 & -17 & -4 & -40 & -13 \end{pmatrix}$$

A matriz-chave é:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

A matriz mensagem codificada tem seus elementos distribuídos em células. A chave de decodificação será a inversa da matriz-chave em uma operação de multiplicação com a matriz mensagem.

Para você decodificar a mensagem enviada, siga os seguintes passos:

- ENCONTRE A MATRIZ INVERSA**  
Comece a matriz inversa da matriz-chave pela célula R7
- ENCONTRE A MATRIZ INVERSA**  
Comece a matriz inversa da matriz-chave pela célula R7
- REVELE A MATRIZ ORIGINAL**  
Comece a matriz original pela célula AK10
- MOSTRE A MATRIZ MENSAGEM**  
Comece a matriz mensagem pela célula N13
- MOSTRE A MATRIZ MENSAGEM**  
Comece a matriz mensagem pela célula N13

The spreadsheet shows the following matrices and steps:

- Matrix Inverse (R7):**  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
- Message Matrix (N13):**  $\begin{pmatrix} 5 & 30 \\ 17 & 16 \\ 5 & 5 \\ 12 & 19 \\ 9 & 30 \\ 17 & 17 \\ 5 & 9 \\ 22 & 16 \\ 13 & 22 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$
- Product Matrix (AK10):**  $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 20 & -24 \\ 15 & -14 \\ 5 & -1 \\ 16 & -11 \\ 51 & -22 \\ 17 & -17 \\ 13 & -17 \\ 10 & -4 \\ 31 & -40 \\ 11 & -30 \end{pmatrix}$

Fonte: Arquivo da planilha eletrônica do Estudante B

Após a realização das atividades os seis participantes afirmaram que tanto as atividades quanto o tema criptografia contribuíram para o entendimento do conteúdo de matrizes. Em relação a utilização das planilhas eletrônicas, os seis estudantes afirmaram ter auxiliado para o desenvolvimento das atividades, como evidencia o Aluno A: “Elas nos trazem uma forma mais fácil de resolver algumas das situações em que precisamos multiplicar, ou somar matrizes por exemplo”.

Para cinco dos participantes a criptografia e as planilhas eletrônicas contribuíram para compreensão do conteúdo de matrizes, como afirma o Aluno F: “Sim, pois, percebi que as matrizes podem ser representadas por tabelas, e que, quando usamos o Excel, podemos realizar operações com matrizes de forma muito mais fácil”.

Quanto a utilização das planilhas eletrônicas em sala de aula como um recurso facilitador, 4 dos participantes são favoráveis. O Aluno C apresenta-se contrário, conforme afirma: “Acho que não é necessário, até porque os alunos estão lá para aprender a fazer contas matemáticas. Como as planilhas já resolvem os exercícios, então não tem necessidade”.

### Considerações Finais

Os documentos curriculares nacionais consideram importante a abordagem de temáticas de ensino para aproximar e contextualizar os conteúdos da vida cotidiana dos estudantes. Ainda, ressaltam a necessidade de inserir em sala de aula recursos digitais para promover um ensino significativo e reflexivo (Brasil, 2018).

A partir da análise das atividades, conclui-se que a elaboração de atividades contextualizadas do conteúdo de matrizes pode contribuir para o seu entendimento, assim como a utilização das planilhas eletrônicas pode facilitar o processo de ensino dos estudantes do Ensino Médio, além de colocá-los em contatos com as tecnologias e mostrar as potencialidades das mesmas. Ressalta-se a importância do planejamento das atividades, para que se atinja os objetivos didáticos propostos, bem como é preciso pensar nas estratégias didáticas, nas metodologias e nos recursos que podem ser disponibilizados ao explorar temáticas aliadas aos conteúdos matemáticos.

## **Referências**

- Álvarez, M. N. *et al.* (2002). *Valores e temas transversais no currículo* (Coleção Inovação Pedagógica). (D. V. Moraes, Trad). Porto Alegre: Editora Artmed. (Obra original publicada em 2002).
- Barbosa, L.M.S. (2013). *Temas transversais: como utilizá-los na prática educativa?* Curitiba: Editora InterSaberes.
- Bennati, K. A. & Benatti, N. C. C. M. (2019). *Teoria dos Número*. Curitiba: Editora InterSaberes.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Portugal: Porto Editora.
- Brasil (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: apresentação dos temas transversais*. Brasília: MEC/SEF.
- Brasil (1998). *Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*. Brasília: MEC, 1998.
- Brasil (2000). *Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio*. Brasília: MEC/SEMTEC.
- Brasil (2006). *Orientações Curriculares para o Ensino Médio*. Brasília: MEC/SEB.
- Brasil (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC.
- Brasil (2019). *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: contexto histórico e pressupostos pedagógicos*. Brasília: MEC.
- Carneiro, F. J. F. (2015). *Criptografia e a Teoria dos Números*. São Paulo: Editora Ciência Moderna.
- Lei nº. 9.394, de 20 de dezembro de 1996 (1996). Brasília, DF. Recuperado em 17 maio, 2019, de [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/19394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm)
- Monteiro, A. & Pompeu Junior, G. (2001). *A Matemática e os temas transversais*. São Paulo: Editora Moderna.
- Olgin, C. A. (2015). *Critérios, possibilidades e desafios para o desenvolvimento de temáticas no Currículo de matemática do Ensino Médio*. Tese de doutorado, Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), Universidade Luterana do Brasil, Canoas, Rio Grande do Sul, Brasil.
- Singh, S. (2003). *O Livro dos Códigos: A Ciências do Sigilo - do Antigo Egito à Criptografia Quântica*. Rio de Janeiro: Editora Record.
- Stallings, W. (Trad. Vieira, D.). (2008). *Criptografia e segurança de redes: princípios e práticas* (4nd ed.). São Paulo: Editora Pearson Prentice Hall.



Tamarozzi, A. C. (2011). Codificando e decifrando mensagens. *Revista do Professor de Matemática*, 1(45), 41-45.

Urgellés, J. G. (2018). *Matemática y códigos secretos*. Barcelona: Editora RBA Libros.

Viçosa, C. S. C. L., Santana, E. B., Viçosa, D. L., Salgueiro, A. C. F, Folmer, V. (2020). *Concepções de licenciados acerca de abordagens transversais no ensino de Ciências*. *REnCiMa*, 11 (7), 180-197.

Recuperado em 10 dezembro, 2021, de

<http://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2324/1421>

## **Comunicación Breve**

### **GTD-3-CJ-02**

#### **Uma proposta de formação de professores que ensinam matemática: o uso de jogos como estratégia para a aprendizagem significativa**

**Helcio SOARES PADILHA Junior**

**helcio.padilha@rede.ulbra.br**

**Ursula Tatiana TIMM**

**ursula.timm@ulbra.br**

**Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Brasil**

### **Resumo**

O presente texto relata a experiência do autor como formador de professores da educação básica, por intermédio do Projeto de Extensão Universitária Educação Matemática e Ludicidade, promovido pela Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). O objetivo do projeto é a formação continuada de professores da rede básica de ensino e a aproximação entre Academia e comunidade escolar, contemplando leitura e discussão sobre artigos e documentos legais sobre o uso de jogos no ensino da Matemática, pesquisa bibliográfica, pesquisa, seleção e produção de materiais didáticos que valorizem o uso de jogos e desafios no ensino da Matemática e planejamento e execução de uma oficina pedagógica a ser realizada com a comunidade escolar. No ano de 2018, o autor desta comunicação participou do projeto como voluntário, realizando uma breve pesquisa bibliográfica sobre o uso de jogos e desafios matemáticos em sala de aula, elaborando uma proposta de oficina pedagógica, ministrada para uma turma de onze professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Educação de Jaguariaíva, estado do Paraná, Brasil. A oficina, intitulada "Brincar e Aprender: ensino significativo da Matemática a partir da Construção de Jogos", apresentou brevemente a Teoria da Aprendizagem Significativa e o uso de jogos matemáticos como tendência em Educação Matemática. Também foram apresentadas as regras e proporcionado momento de prática de cinco jogos matemáticos para uso em sala de aula. Por fim, na análise da avaliação realizada pelos participantes da oficina, a atividade atendeu seu objetivo, contribuindo para a prática docente em Ensino de Matemática.

**Palavras-chave:** Ensino da Matemática. Jogos. Formação de Professores. Projeto de Extensão Universitária.

## **Introdução**

A utilização de jogos em atividades da disciplina de Matemática complementa o formato tradicional de ensino, uma vez que eles podem constituir recurso pedagógico eficaz para a superação das dificuldades e para a construção do conhecimento nessa área. Além disso, são uma estratégia de ensino significativa e fomentam o desenvolvimento de estruturas cognitivas.

Cabe aos educadores buscar novas estratégias de ensino, a fim de aumentar a motivação para o aprendizado. Nesse contexto, o jogo é caracterizado como uma estratégia de ensino que tem a intenção de favorecer a aprendizagem, contribuir para a aquisição de habilidades e contribuir para o desenvolvimento operatório do sujeito.

O ato de brincar, na ideia do uso de jogos para o aprendizado da Matemática, tem o papel de estimular a criatividade e a autonomia, além de contribuir para o desenvolvimento do pensamento, da concentração e da linguagem, imprescindíveis para a aquisição de conhecimento em Matemática (Groenwald, Timm; 2000).

Segundo Pereira (2020), o aprendizado dos conhecimentos escolares deve ocorrer dentro de um planejamento estruturado pelo professor, respeitando o tempo de cada estudante e fundamentado na ludicidade. Essa autora considera essencial o uso de jogos como recurso para o desenvolvimento do raciocínio.

Conforme os estudos de Vygotsky (1989), a aprendizagem e o desenvolvimento cognitivo são compreendidos como a transformação de processos básicos, em processos psicológicos mais complexos. Essa transformação pode se dar a partir da interação social e do uso de ferramentas e símbolos culturais. Dessa forma, o papel do brinquedo e da brincadeira - o aprender brincando - influencia a ideia da inserção dos jogos no ambiente da escola, sobretudo no aprendizado da Matemática. O jogo exerce um papel de socialização e as crianças, desde o nascimento, são influenciadas por eles. O caráter lúdico dos brinquedos e das brincadeiras são base do desenvolvimento do sujeito (Pereira, 2020, p. 159).

Em termos de aprendizagem, três são seus tipos: cognitiva, afetiva e psicomotora. É importante perceber que experiências afetivas sempre acompanham experiências cognitivas, assim, aprendizagem afetiva pressupõe aprendizagem cognitiva, que, por sua vez, pode contribuir para a aquisição de habilidades psicomotoras (Moreira, 1999, p. 148).

A responsabilidade do educador se baseia na construção do saber apoiados em métodos que ressaltam a importância da realidade vivida pelos alunos e, ao mesmo tempo, transmitir-lhes o conteúdo programado, conectando as aprendizagens cognitiva, afetiva e psicomotora, onde o conhecimento científico faz sentido com a realidade do educando, proporcionando uma prática pedagógica condizente com o aprendizado.

Nesse contexto, o ato de jogar estimula o pensamento e o raciocínio, possibilitando uma experiência significativa para o estudante, sobretudo no desenvolvimento de habilidades e competências. Portanto, o uso de jogos e atividades lúdicas deve estar presente no planejamento das aulas de Matemática, como instrumento para intervenção no processo de ensino e aprendizagem e não apenas como recreação ou para preencher lacunas.

Nesse sentido, as universidades brasileiras, atentas a essa necessidade, atuam na formação continuada de professores da educação básica, com vistas ao preparo e capacitação desses profissionais para o uso de métodos e práticas de ensino inovadoras, que estimulem os estudantes ao desenvolvimento de habilidades e competências. Neste texto, relata-se a experiência do autor, enquanto acadêmico do curso de licenciatura da Universidade Luterana do Brasil, como formador de professores da educação básica, por intermédio do Projeto de Extensão Universitária Educação Matemática e Ludicidade, realizado no ano de 2018.

## **Projeto de Extensão Universitária para a formação de professores**

O Projeto de Extensão Universitária Educação Matemática e Ludicidade é uma iniciativa da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), que tem como objetivo integrar acadêmicos dos cursos de Licenciatura, com a comunidade escolar, promovendo formação continuada para professores que ensinam matemática na rede pública de ensino, sobre o uso de jogos e desafios no ensino desta disciplina.

Os acadêmicos voluntários deste projeto realizam atividades como: leitura de artigos sobre tendências em Educação Matemática, discussão de temas relevantes para a execução de oficinas de formação, pesquisa bibliográfica, pesquisa, seleção e produção de materiais didáticos que valorizem o uso de jogos e desafios no ensino da Matemática e planejamento e execução de uma oficina pedagógica a ser realizada com a comunidade escolar.

As oficinas de formação, no âmbito do Projeto de Extensão, são oportunidades para incentivar professores em exercício do magistério na educação básica a diversificarem atividades em sala de aula, inserindo atividades lúdicas no ensino da matemática, com o intuito de despertar, em seus alunos, o gosto pela matemática, deixando

clara sua importância em tudo que vemos e vivenciamos. Para os extensionistas, é propiciado o aprofundamento nos conhecimentos teórico-práticos da futura profissão.

A experiência do autor, como extensionista voluntário deste projeto, culminou com a realização de uma oficina pedagógica, ministrada para professores da rede municipal de ensino de Jaguariaíva, no estado do Paraná, Brasil. As atividades propostas nesta oficina, bem como seus resultados, são apresentados a seguir.

### **Proposta de Oficina Pedagógica**

A oficina proposta, intitulada "Brincar e Aprender: ensino significativo da Matemática a partir da construção de jogos", teve, por objetivo: apresentar a Teoria da Aprendizagem Significativa e o uso de jogos e desafios matemáticos como uma tendência em Educação Matemática, bem como as regras de cinco jogos matemáticos, sugestões de confecção e promoção de prática deles.

Foram selecionados cinco jogos para serem apresentados e confeccionados pelos professores. Esses jogos estabelecem relações de aprendizagem com os conteúdos matemáticos das séries iniciais, havendo a possibilidade de serem apresentados em diferentes graus de dificuldade, conforme a necessidade de cada turma. São eles: (1) Construindo números: tem por objetivo o conhecimento do valor relativo dos números, a partir de ações a serem executadas pelos jogadores. Indicado para estudantes das classes de alfabetização ou para estudantes que ainda não construíram relações para a formação de números; (2) Trilha da tabuada: seu objetivo é apresentar de forma divertida e descontraída o estudo da tabuada da multiplicação, substituindo a memorização por um jogo colaborativo, no qual devem utilizar-se do cálculo mental; (3) Jogo da ASMD - Adição, Soma, Multiplicação e Divisão: envolvendo as quatro operações básicas da Matemática, o jogo, que pode ser aplicado para todas as anos do Ensino Fundamental, tem uma proposta de desenvolver a capacidade de raciocínio lógico e o cálculo mental, além de fomentar o uso de estratégias pessoais para a resolução dos cálculos; (4) Jogo do resto: esse jogo deve ser apresentado para estudantes que já conheçam o algoritmo da divisão. Seu objetivo é desenvolver e estimular o cálculo do algoritmo da divisão apresentando aos estudantes a relação existente entre o algoritmo da multiplicação e o algoritmo da divisão, bem como apresentar as situações de resto nesse algoritmo. Fomenta o desenvolvimento do cálculo, tanto mental quanto o registro no papel; (5) Dominó matemático: a proposta apresentada aos professores é da confecção de peças de um dominó com o registro de somas, subtrações e resultados. O jogo é indicado para estudantes do 2º e do 3º ano do Ensino Fundamental e pode ser adaptado para outros objetos do conhecimento e níveis de ensino.

### **Considerações sobre a Oficina**

A oficina pedagógica descrita foi realizada no dia 30 de novembro de 2018, nas dependências da Escola Municipal Maria de Lourdes Oliveira Taques, na cidade de Jaguariaíva, no estado do Paraná, Brasil. Participaram da atividade, onze educadoras da rede municipal de ensino.

Com duração de 4 horas, a oficina iniciou com a apresentação da Teoria da Aprendizagem Significativa e da aprendizagem por meio de jogos, a partir da perspectiva da Educação Matemática. Tal apresentação aconteceu em formato de seminário.

As professoras, quando indagadas sobre o conhecimento das bases teóricas, responderam, unanimemente, que não conheciam nenhum dos dois assuntos tratados, porém, no decorrer da apresentação, foi possível perceber que elas compreendiam a relevância de tais teorias e, em suas intervenções, davam indícios de uso dessas bases em suas práticas.

Durante a discussão acerca do uso de jogos e de desafios matemáticos nas aulas, houve um questionamento da possibilidade do trabalho com álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Questão pertinente, visto que naquele momento, no Brasil, havia a discussão nacional acerca da Base Nacional Comum Curricular, que passou a prever a inserção da álgebra nos currículos desta etapa de ensino. O momento foi pertinente para discutir o assunto a partir do desafio matemático "Adivinhando a Idade de Uma Pessoa", proposto por Groenwald e Timm (2000). Para as autoras esse tipo de atividade são problemas aritméticos disfarçados, baseados no desenvolvimento de expressões matemáticas que levam a uma identidade ou igualdade algébrica a qual verifica-se, sempre, para qualquer valor da variável que contenha a expressão (Groenwald, Timm; 2000). Dessa forma, foi possível discutir com as professoras a inserção curricular da álgebra no currículo dos Anos Iniciais, esclarecendo que ela não precisa acontecer de maneira literal, mas com situações que favoreçam o desenvolvimento de um pensamento algébrico, ou seja, não existe a necessidade do desenvolvimento de equações já nos anos iniciais, mas os professores podem (e devem) apresentar aos estudantes situações complexas e desafiadoras para que eles possam desenvolver o pensamento e o raciocínio algébrico.

A segunda parte da oficina tratou de apresentar os jogos matemáticos listados anteriormente e a confecção deles, sendo que as professoras foram divididas em equipes. Momento de muita interação entre elas que, ao

elaborar os jogos, tiravam dúvidas e relacionavam os assuntos tratados no seminário de abertura com a prática docente.

Após a confecção dos jogos, houve um momento de muita descontração e participação ativa de todas as professoras no momento da prática dos jogos. Esta prática foi realizada em formato de circuito, isto é, inicialmente o grupo jogava uma partida do jogo que produziu. Posteriormente, trocavam os jogos entre as equipes, sendo que cada equipe deveria explicar e demonstrar as regras do jogo produzido.

Neste momento, as educadoras discutiram inúmeras possibilidades de uso e de intervenção na sala de aula. Além disso, criaram um ambiente de muita reflexão e desempenharam o papel de jogadoras, em um ambiente livre, esquecendo, às vezes, que estavam dentro de uma sala de aula. Tal situação remete a Kishimoto (2006, p. 26), que afirma que "o jogo é um instrumento pedagógico muito significativo. No contexto cultural e biológico é uma atividade livre, alegre que engloba uma significação. É de grande valor social, oferecendo inúmeras possibilidades educacionais".

Neste aspecto, Groenwald e Timm (2000), salientam que a escolha dos jogos a serem utilizados nas aulas de Matemática deve ser minuciosa e cuidadosa, considerando os objetos de conhecimentos que estão sendo estudados naquele momento e estabelecendo uma relação entre a prática diária. Professores devem conhecer os jogos que serão aplicados para a turma e devem testá-los, a fim de propiciar momentos de aprendizagem significativa. As autoras entendem que "a aprendizagem deve acontecer de forma interessante e prazerosa e um recurso que possibilita isso são os jogos".

Por fim, no momento da avaliação das possibilidades de uso de jogos e desafios matemáticos nas aulas, todas as professoras afirmaram que se trata de uma atividade relevante e significativa para a prática docente, e que a oficina ministrada acrescentou opções de intervenções relevantes, visto a diversidade de jogos e atividades exploradas na oficina, contribuindo para a prática docente.

### **Considerações Finais**

Considerando que as crianças necessitam contar com processos lúdicos de aprendizagem, sobretudo para o caso da Matemática, o uso de jogos e de desafios matemáticos são excelentes estratégias para o ensino e a aprendizagem desta disciplina desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A materialização dos conteúdos passa por processos de ludicidade que contribuem para as conexões mentais favoráveis à aprendizagem (Moreira, 1999; Kishimoto, 2006).

No ano de 2018, o autor desta comunicação participou voluntariamente do Projeto e aplicou uma oficina de formação de professores na cidade Jaguariaíva, estado do Paraná, Brasil. Os resultados alcançados pela formação mostram que os objetivos foram atingidos e transformaram a prática docente de inúmeras professoras, visto que aquelas que participaram da formação disseminaram as práticas entre as demais colegas. Conforme observado nas avaliações respondidas pelas participantes, foi possível perceber uma carência de formações que valorizem a ludicidade e as atividades práticas, sendo que as professoras demonstraram que os jogos e atividades propostas na oficina podem ter aplicação na sala de aula.

Portanto, a oficina "Brincar e Aprender: ensino significativo da Matemática a partir da construção de jogos" proposta pelo Projeto de Extensão Universitária Matemática e Ludicidade, atendeu seu objetivo, visto que integrou conhecimentos acadêmicos obtidos a partir de pesquisas, valendo às educadoras da Rede Municipal a revisão de suas práticas para o Ensino de Matemática e ampliação de seus portfólios de jogos e desafios matemáticos para seus planejamentos docentes, a fim de proporcionar aos estudantes experiências significativas.

### **Referências**

Groenwald, C. L. O.; Timm, U. T. (2000). Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula. **Educação Matemática em Revista**, (2), 21-26.

Kishimoto, T. M. (2006). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. (9ª ed.). São Paulo: Cortez.

Moreira, M. A. (1999). **Aprendizagem significativa**. Brasília: Editora da UnB.

Pereira, V. L. de S. (2020). O uso de jogos, como ferramenta para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático nas séries iniciais do ensino fundamental. **Revista Psicologia & Saberes**, 9, (19). 157-171. <https://revistas.cesmac.edu.br/index.php/psicologia/article/view/1272#:~:text=Quando%20o%20professor%20utiliza%20os,com%20maior%20facilidade%20e%20independ%C3%Aancia>.

Vygotsky, L. S. (1989). **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes.

## **Comunicación Breve**

### **GTD-3-CJ-03**

#### **A modelagem a partir de Jogos didáticos**

**Agostinho Iaqchan RYOKITI HOMA**  
**iaqchan@ulbra.br**

**Universidade Luterana do Brasil**

#### **Resumo**

Neste artigo apresenta-se a reflexão sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, integrando ao fazer pedagógico recursos didáticos como os jogos de estratégia. Entende-se que o lúdico e a resolução de problemas são metodologias que possibilitam o desenvolvimento de competências que formam o pensamento matemático nos alunos e os recursos digitais ampliam a visualização e generalização de conceitos matemáticos importantes. São em situações problema que o estudante exerça a ação da modelagem matemática transformando problemas da realidade em problemas matemáticos para então resolvê-los com a interpretação das suas soluções na linguagem do mundo real. O objetivo foi desenvolver jogo digital que explora a situação problema das permutações cíclicas em um jogo digital com interface de visualização tridimensional e planificada que permite a visão de todas as peças simultaneamente, para que o estudante observe, analise, forme conjectura e formalize o pensamento dos ciclos na permutação ao desenvolver o modelo matemático que soluciona o jogo. O jogo foi desenvolvido pelo grupo de pesquisas do GECEM, utilizando o software GeoGebra que permite desenvolver a interface de jogo bem como as interações utilizando das construções geométricas e programação em GGBScript e JavaScript, linkadas aos objetos geométricos utilizados, o jogo encontra-se disponível para uso pelos professores no site do <http://ppgecim.ulbra.br/laboratorio>.

**Palavras-chave:** *Educação Matemática. Tecnologias Digitais. Jogos Digitais.*

## **Introdução**

O ensino da matemática visa desenvolver o raciocínio e pensamento lógico que, quando associados à criatividade, possibilitam a resolução de problemas de maneira autêntica, e não como um mero exercício de aplicações de métodos e procedimentos. Nesse sentido os jogos matemáticos, como atividades lúdicas, tornam-se ambientes favoráveis ao desenvolvimento da capacidade analítica preditiva, bem como da criatividade na criação de estratégias para solução dos mesmos.

Para Grandó (1995) o uso dos jogos nas aulas de Matemática como suporte metodológico exige que o objetivo do jogo seja claro, bem como a metodologia utilizada seja adequada ao nível com o qual se está trabalhando, pois sendo uma atividade desafiadora, mas exequível, o processo de aprendizagem é desencadeado. Deste modo os processos de ensino aprendizagem com jogos matemáticos requerem mudanças significativas das abordagens metodológicas de maneira que as atividades lúdicas, ou o jogo propriamente dito, possibilitem situações de análise, discussões, formulação de conjecturas formulação de ideias e apropriação de conceitos.

## **Os jogos na aprendizagem**

Groenwald e Timm (2002) ressaltam que, mais do que um instrumento recreativo na aprendizagem, os jogos são instrumentos facilitadores que permitem ao aluno superar obstáculos que dificultam a aprendizagem de alguns conteúdos matemáticos ao desenvolverem a concentração, linguagem, organização, autoconfiança, a criatividade e raciocínio dedutivo. As mesmas autoras apresentam os aspectos relevantes nos jogos:

- ambiente para a observação do aluno que permite ao professor identificar as reais dificuldades do estudante;
- o jogo é um ambiente distinto que propicia a aprendizagem sem que o aluno aperceba;
- o erro faz parte do processo de aprendizagem, sendo necessário para a evolução do raciocínio;
- a competitividade e o desafio envolvidos nos jogos leva os alunos a buscarem a superação, ultrapassando seus limites;
- durante os jogos os alunos ficam atentos, alertas e confiantes elaborando perguntas e conjecturando

Ressalta-se que os jogos que envolvem a competição têm como pressuposto básico a ação de superar um ou mais oponentes, enquanto os do tipo desafio estabelecem a superação do jogo em si. Sendo assim os jogos de estratégia do tipo desafios requerem atenção, observação, análise, formulação de hipóteses e conjecturas que resultam nas ações do jogador que busca alcançar um resultado satisfatório a si mesmo.

Como uma forma ativa de aprendizagem, por meio da descoberta, os jogos são atividades que propõem situações problemas cuja solução é a descoberta das estratégias para alcançar o objetivo apresentado. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997) os jogos e curiosidades matemáticas eram recomendados como um recurso para a prática de sala de aula e na BNCC (Brasil, 2018) está evidenciada a relação intrínseca do desenvolvimento das habilidades com as formas de organização da aprendizagem matemática, considerando os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, entre outros, como formas privilegiadas da atividade matemática.

Cabe ao professor mediar e apresentar caminhos que permitam aos estudantes enfrentarem as situações que se apresentam nos jogos matemáticos como problemas matemáticos, permitindo deste modo os alunos tenham um papel mais ativo no processo de apropriação do conceito, conferindo-lhes maior responsabilidade em relação a sua aprendizagem e, conseqüentemente, a sua formação (Cantoral et al., 2000).

Nesse contexto é de fundamental importância o planejamento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, no qual o lúdico e a resolução de problemas são utilizados como metodologias para o desenvolvimento pessoal dos alunos.

Para Bassanezi (2002) o professor deve buscar a construção de uma prática de ensino-aprendizagem matemática que combine jogos e resultados práticos, de maneira que a matemática seja importante pelo

fato de ser tão agradável quanto interessante e não por uma definição arbitrária ou porque um dia poderá ser útil.

O processo de ensino e aprendizagem deve acontecer de forma interessante e prazerosa e um recurso que possibilita isso são os jogos. Guzmán (1986) expressa, muito bem, o sentido que o jogo tem na educação matemática: “O interesse dos jogos na educação não é apenas divertir, mas sim, extrair desta atividade matérias suficientes para gerar conhecimento, interessar e fazer com que os estudantes pensem com certa motivação”.

Salienta-se que processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. Logo as atividades lúdicas, com jogos, são um ambiente educacional adequado ao desenvolvimento de tais habilidades, além de propiciar situações de resolução e problemas e a investigação.

### **Modelagem no jogo de estratégia**

Em determinados jogos de estratégia, a ação de resolver o problema do jogo requer a modelagem do mesmo para uso do conhecimento matemático. Bassanezi (2002) afirma que a modelagem matemática é a ação de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvendo-os com a interpretação das suas soluções na linguagem do mundo real.

Os jogos podem ser utilizados para introduzir novos conteúdos ou para revisar conteúdos já trabalhados, visando que os estudantes ampliem seus conhecimentos matemáticos e criem estratégias de resolução de problemas. Ao desenvolver uma estratégia o jogador desenvolve um modelo matemático interligado com a lógica do jogo. Tal modelo surge de conjecturas que são verificadas no próprio quebra cabeça, tomando forma na sequência de movimentos que o jogador estabelece, de acordo com o estado inicial do jogo.

Sendo um ambiente profícuo ao desenvolvimento do pensamento matemático e a capacidade de modelar, o jogador por vezes estabelece mais de um modelo matemático, estando associado a distintos estados iniciais do jogo, podendo evoluir para um modelo geral que englobe os diversos modelos iniciais, saindo dos modelos de casos particulares para a evolução de um modelo universal.

Desse modo, deve-se utilizar jogos não como instrumentos recreativos na aprendizagem, mas como facilitadores, colaborando para trabalhar as dificuldades que os alunos apresentam em relação a alguns conteúdos matemáticos. Segundo Borin (1996) os jogos nas aulas de Matemática possibilitam diminuir os bloqueios apresentados por muitos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Afirma, ainda, que dentro da situação de jogo é impossível uma atitude passiva, aumentando a motivação, fazendo com que os alunos “falem” matemática, apresentando um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente aos processos de aprendizagem.

Para Grando (2000) é necessário que a atividade de jogo proposta, represente um verdadeiro desafio ao sujeito, ou seja, que seja capaz de gerar conflitos cognitivos ao sujeito, despertando-o para a ação, para o envolvimento com a atividade, motivando-o para o desenvolvimento do mesmo. Para a autora a cooperação e interação no grupo social são fontes de aprendizagem para adolescentes e adultos e as atividades com jogos de regras representam situações bastante motivadoras e de real desafio. Afirma, também:

O jogo, pelo seu caráter propriamente competitivo, apresenta-se como uma atividade capaz de gerar situações-problema “provocadoras”, onde o sujeito necessita coordenar diferentes pontos de vista, estabelecer várias relações, resolver conflitos e estabelecer uma ordem. Aperfeiçoar-se no jogo significa jogá-lo operatorialmente, considerando todos esses aspectos (GRANDO, 2000, p. 27).

Moura (1991) afirma que "o jogo aproxima-se da Matemática via desenvolvimento de habilidades de resoluções de problemas". Deve-se escolher jogos que estimulem a resolução de problemas, principalmente



quando o conteúdo a ser estudado for abstrato, difícil e desvinculado da prática diária, não nos esquecendo de respeitar as condições de cada comunidade e o querer de cada aluno. Essas atividades não devem ser muito fáceis assim como não muito difíceis, devendo ser testadas antes de sua aplicação, a fim de enriquecer as experiências através de propostas de novas atividades, propiciando mais de uma situação para a aprendizagem ou desenvolvimento de competências.

Mas o uso de jogos deve ser considerado, apresentado e incentivado de forma sistemática e objetiva, devendo o nível de dificuldade ser adequado ao aluno, contribuindo, assim, para o aprimoramento das habilidades de concentração, discussão e desenvolvimento de estratégias, auxiliando o estudante a adquirir conceitos matemáticos e a desenvolver o pensamento matemático (Groenwald, 2001).

### **O Jogo da Permutação**

O presente trabalho apresenta o jogo de estratégia desenvolvido pelos pesquisadores do Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática (GECEM), disponível em <http://ppgecim.ulbra.br/laboratorio>, para uso pelos professores com seus estudantes. Como um produto educacional, o jogo digital, auxilia no planejamento didático do professor, auxiliando-o na integração das Tecnologias Digitais em sala de aula.

O objetivo no desenvolvimento de jogos matemáticos digitais é dar subsídio aos professores no planejamento do processo de ensino e aprendizagem do conteúdo curricular ou conceitos significativos, desenvolvendo o pensamento matemático, buscando a integração das Tecnologias Digitais (TD) ao trabalho docente do professor de Matemática.

Por ser um programa multiplataforma, ou seja, que pode ser utilizado em diversos dispositivos digitais, e ser de uso livre, o grupo do GECEM vem trabalhando com o GeoGebra no desenvolvimento de seus produtos educacionais. O Geogebra permite a programação utilizando de comandos GGBScript ou JavaScript e, em ambos os modos de programação, os comandos são executados quando: um objeto é clicado; atualizado na tela quando arrastado; quando suas propriedades, vinculadas a outro objeto se altera; quando determinados gatilhos Javascript são acionados, permitindo uma variedade de opções de interação com os objetos geométricos do Geogebra.

Além disso a própria programação do jogo permite explorar situações para desenvolver o pensamento algorítmico e a aplicação de conceitos matemáticos de Geometria e Álgebra.

O jogo da permutação é uma adaptação do quebra cabeça apresentado na figura 1, que tem como objetivo deixar as cores alinhadas. Para isso o jogador movimenta os anéis alinhando a cor que deseja movimentar com a posição vazia, que representa uma posição branca. Pode-se interpretar que a posição branca (a casa vazia) se movimenta trocando de posição com as demais peças até que ela vá para sua posição alinhada com as demais brancas, deixando um “rastro” de peças que também tomam suas posições certas. A estratégia consiste em encontrar o caminho para a peça branca até a sua posição deixando as demais peças em seus lugares certos.

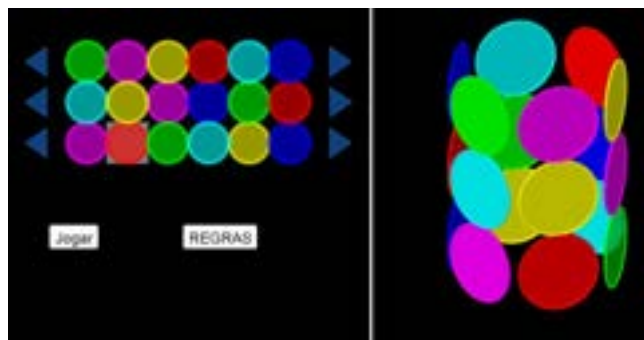
**Figura 1- Quebra cabeça em plástico da Rubik's**



Assim como o cubo de Rubik, mas em um grau mais simples, o quebra cabeça pode ser visto como ciclos no grupo das permutações, desde modo o jogador precisa identificar a sequência de movimentos de modo que cada peça vá para sua posição considerando os dois anéis com os quais se está trabalhando, ou seja, o ciclo do grupo  $S_6$  que resolve ordenação das cores de acordo com a sequência definida.

Para exemplificar, apresenta-se na figura 2 o jogo da permutação desenvolvido. A planificação do prisma hexagonal a esquerda permite a visualização simultânea de todas as peças, facilitando a visualização do que ocorre no prisma e a formulação de conjecturas sobre a movimentação das peças. Quando cada anel tem somente uma cor de cada, a visualização da permutação é aparente ajudando na identificação da solução do quebra cabeça. Esse estado inicial é estabelecido na inicialização do jogo.

**Figura 2 - Jogo da Permutação**

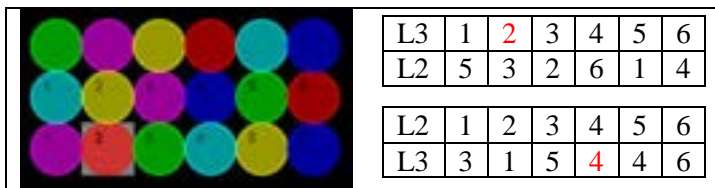


O jogo pode apresentar dois níveis de dificuldade, o mais difícil é estabelecer uma ordem específica a ser seguida em todos os anéis, que requer que seja identificado a movimentação das 18 peças, e o nível fácil estabelece que uma mesma sequência deve ser obtida em todos os anéis, sem uma ordem definida. Sendo assim basta adotar a sequência de um dos anéis como sendo de referência e trabalhar com os outros dois. Para efeito de explicação das jogadas, considera-se a sequência da linha superior que representa o primeiro anel como sendo a sequência de referência. Note que na adaptação do jogo para o digital não há uma casa vazia, mas uma peça mestre (vermelha) que trocará de lugar com as outras peças e identificada pelo quadrado cinza que circunscreve a peça mestre.

Considere que a troca entre as peças das duas linhas só ocorre quando a cor está alinhada com a peça mestre pelo movimento de um dos anéis. Apresenta-se a sequência de trocas para organizar a sequência das peças de acordo com as cores do primeiro anel. Para diminuir a escrita das cores usaremos a nomenclatura L1,L2,L3 para denominar as linhas e duas letras para referenciar as cores: VD (verde), RS (rosa), AM (amarelo), VM (vermelho), AZ (azul), MA (azul marinho). Deste modo a linha 2 segue a ordem AZL2, AML2, RSL2, MAL2, VDL2, VML2 e a linha 3 a ordem RSL3, VML3, VDL3, AZL3, AML3, MAL3 como estado inicial.

Como somente a peça vermelha (mestre) troca de posição com as outras, será fornecida a sequência na ordem das peças trocadas, considerando a realização do movimento do anel para alinhamento das cores com a vermelha (mestre). Sendo assim a solução do estado inicial da figura 2 é dada pela sequência: RSL2, AML3, AZL2, VDL3, AML2, RSL3, VDL2, AZL3, VML2, MAL3, MAL2, VML3. Verifica-se que são realizados 12 movimentos, ou seja, as 12 peças, 6 de cada linha, assumem seus lugares ao trocarem de lugar com a peça vermelha. Esse mesmo movimento organizado em notação para ciclos considerando a movimentação da peça mestre vermelha é apresentado na figura 3. Note que a peça mestre vermelha inicia em L3 na posição 2 e termina em L3 na posição 4.

**Figura 3 – Ciclo da Permutação das peças conforme a posição**



**A programação do jogo**

As peças são representadas por 3 vetores com de dimensão 6 correspondendo a cada uma das peças de cada um dos anéis. As cores são representadas pelos números de 1 a 6 e a composição das cores foi estabelecida pela tabela da figura 4 que apresenta o número e os respectivos valores para as cores dinâmicas em RGB utilizado pelo Geogebra. As cores utilizadas foram as 3 primária do RGB e as secundárias resultantes das combinações duas a duas.

**Figura 4 – Grade de cores utilizadas no jogo**

Número	Red	Green	Blue	Cor
1	255			Red
2		255		Green
3			255	Blue
4	255	255		Yellow
5		255	255	Cyan
6	255		255	Magenta

As cores das peças planejadas e das peças no 3D seguem a numeração dos 3 vetores associados. Logo para a movimentação das cores são realizadas transformações nos vetores de acordo com o comando e associado ao movimento desejado.

As ações de movimento do jogo são dadas pelos botões triangulares nas respectivas linhas, que fazem as rotação dos anéis de uma posição, realizando uma manipulação cíclica dos valores dos respectivos vetores associados. Além disso é possível movimentar o anel que tem a peça vermelha mestra várias casas a direita ou a esquerda, bastando clicar na posição que se deseja a peça mestra.

Para a movimentação da peça mestra entre os anéis, basta clicar na peça logo acima ou abaixo da vermelha mestra que troca de posição com ela. A cada movimento o programa verifica se os 3 vetores são iguais, sinalizando o fim de jogo em caso afirmativo. O botão jogar embaralha as peças mantendo os anéis com uma cor de cada.

## **Considerações Finais**

O jogo da permutação com suas duas representações permite que o aluno visualize os resultados dos movimentos relacionando a representação de rotação dos anéis com a planificação do prisma. A visualização de todas as peças simultâneas na representação planificada permite o aluno enxergar a sequência de movimentações necessárias para a solução do jogo.

O Jogo da permutação permite assim que o professor explore o conceito de ciclo de maneira lúdica, aproveitando as descobertas dos alunos mediando através de perguntas exploratórias o conhecimento que aos poucos é construído. O interesse pelos jogos na educação é extrair do seu ensino conteúdos suficientes para formar um conhecimento, interessar e possibilitar que os estudantes pensem com certa motivação.

Ressalta-se que os jogos digitais não devem ser considerados como solução para as dificuldades educacionais, mas sim, devem ser considerados como uma alternativa metodológica, que permite suscitar o interesse do aluno, sua criatividade e a capacidade de criar estratégias de resolução para a situação apresentada no jogo na qual a modelagem da solução através de observação, análise e conjecturas é uma das competências que se desejada que os estudantes desenvolvam.

## **Referências**

- Bassanezi, R. C. (2002). Ensino - aprendizagem com Modelagem Matemática (3a). Editora Contexto.
- Borin, J. (1996). Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática. IME-USP.
- Brasil. (1997). Parâmetros Curriculares Nacionais. MEC.
- Brasil. (2018). Base Nacional Comum Curricular.
- Cantoral, R., Farfán, R. M., Cordero, F., Alanís, J. A., Rodriguez, R. A., & Garza, A. (2000). Desarrollo Del pensamiento matemático. Trillas.
- Grando, R. C. (1995). O Jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem. UNICAMP.
- Grando, R. C. (2000). O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula. Universidade Estadual de Campinas.
- Groenwald, C. L. O. (2001). O uso de jogos matemáticos no Ensino Fundamental. Encontro Nacional de Educação Matemática.
- Groenwald, C. L. O., & Timm, U. T. (2002). O uso de jogos matemáticos em sala de aula. Acta Scientiae, 4(1), 109–115.
- Guzmán, M. de. (1986). Aventuras Matemáticas. Labor.
- Moura, M. O. (1991). A construção do signo numérico em situação de ensino. USP.

## **Comunicación Breve**

### **GTD-3-CJ-04**

#### **Atividades lúdicas e jogos na Educação Matemática**

**Joseane MARQUES FLORES**  
**joseanemarques\_flores@hotmail.com**  
**Claudia Lisete OLIVEIRA GROENWALD**  
**claudiag@ulbra.br**

**Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Brasil**

### **Resumo**

Neste artigo discutimos a utilização de atividades lúdicas e jogos no desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos para estudantes da Educação Básica. O objetivo foi investigar recursos e atividades lúdicas que possibilitassem o desenvolvimento do raciocínio lógico na Matemática na Educação Básica, que podem ser utilizados tanto no Ensino Fundamental, quanto no Ensino Médio. Apresentam-se exemplos que os professores de Matemática podem utilizar em seu planejamento didático com recursos de jogos concretos e digitais. Entende-se que o uso de atividades lúdicas e jogos pode proporcionar um ambiente adequado para o desenvolvimento ou para revisar conceitos matemáticos, para o desenvolvimento de atitudes como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, que estão estreitamente relacionadas ao chamado raciocínio lógico. As atividades lúdicas e os jogos atendem as necessidades de desenvolver e ampliam-se as estratégias e os materiais de ensino, diversificando as formas e organizações didáticas para que, junto com os alunos, seja possível criar um ambiente de produção ou de reprodução do saber. O implemento do lúdico com o uso de jogos e recursos interativos nas aulas de Matemática tem grande potencial catalisador do gosto de aprender Matemática, vivenciando desafios e aprendendo com eles.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Atividades Lúdicas. Jogos Matemáticos. Recursos Digitais.

## **Introdução**

O presente artigo tem como tema o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática utilizando atividades lúdicas e jogos envolvendo os conceitos matemáticos. Apresentam-se, também, exemplos de atividades lúdicas que podem ser utilizados no planejamento didático dos professores.

O objetivo foi investigar recursos e atividades lúdicas que possibilitassem o desenvolvimento do raciocínio lógico na Educação Básica, que podem ser utilizados na Educação Básica.

O conceito lúdico vem de *ludus* (latim), que significa "jogo", que em latim significava diversão. No dicionário há diversos significados, mas em geral é sobre jogo, o que faz com que essas palavras sejam utilizadas como sinônimos. Ou seja, o uso de jogos na Educação Matemática está ligado ao lúdico e ao desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem com situações lúdicas, que ensinam por meio de jogos.

As aulas com jogos concretos e digitais devem possibilitar o ensino de conceitos matemáticos, gerando um aprendizado e demonstrando aos estudantes que não estão brincando em sala de aula, mas sim, aprendendo de forma interativa com outros colegas por meio do trabalho em grupo e pela cooperação, discussão e desenvolvimento de estratégias.

Segundo Matos e Andrade (2013), do ponto de vista pedagógico, o jogo é um recurso importante, que auxilia no desenvolvimento do processo ensino e aprendizagem, aqui trata-se de atividades e jogos com conceitos matemáticos.

## **A metodologia lúdica com uso de jogos na Educação Matemática**

Segundo Homa e Groenwald (2020) o processo de ensino e aprendizagem deve acontecer de forma que desperte o interesse e seja prazeroso para os estudantes e, um recurso que possibilita isso são os jogos. Guzmán (1986) expressa, muito bem, o sentido que o jogo tem na Educação Matemática: “O interesse dos jogos na educação não é apenas divertir, mas sim, extrair desta atividade matérias suficientes para gerar um conhecimento, interessar e fazer com que os estudantes pensem com certa motivação”.

De acordo com Groenwald e Timm (2000), ensinar Matemática é desenvolver o raciocínio lógico, estimular o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. Com isso, a utilização de jogos e recursos interativos e digitais se mostra importante para a formação e desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes, independentemente do nível que se encontram. Entende-se que o trabalho com jogos, quando bem planejado e orientado, auxilia no desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, que estão estreitamente relacionadas ao chamado raciocínio lógico.

Identifica-se diversos benefícios em trabalhar utilizando atividades lúdicas, dentre eles estão: possibilita ao educador detectar os alunos que estão com dificuldades reais; o aluno demonstra para seus colegas e professores se o assunto foi bem assimilado; possibilita que o aluno se torne mais crítico, alerta e confiante, expressando o que pensa, elaborando perguntas e tirando conclusões sem necessidade da interferência ou aprovação do professor; a vontade de vencer faz com que os alunos aperfeiçoem-se e ultrapassem seus limites; no ato de jogar não existe o medo de errar, pois o erro é considerado um degrau necessário para se chegar a uma resposta correta; e o aluno se empolga com o clima de uma aula diferente, o que faz com que aprenda sem perceber (Groenwald: Timm, 2000).

De acordo com Smole (2007, p. 11) em se tratando de aulas de Matemática, o uso de jogos implica uma mudança significativa no processo de ensino e aprendizagem, sendo uma alternativa para o modelo tradicional de ensino, o qual muitas vezes tem nos livros didáticos e em exercícios padronizados seu principal recurso didático.

As atividades lúdicas e os jogos devem ter um grande caráter desafiador, sempre acompanhado de planejamento, objetivos e do tempo de duração do mesmo. Devem ser escolhidos e preparados pelo docente com muito cuidado para levar o estudante a desenvolver ou revisar conceitos matemáticos de importância, estimulando a resolução de problemas.

O professor deve atuar como um mediador da atividade e/ou jogo que vai ser trabalhado durante a sua aula, cuidando para que todos os estudantes participem, determinando as regras e cuidando para que os estudantes as cumpram, de forma que os mesmos alcancem os objetivos propostos.

Segundo Smole (2007, p.13): “É preciso ampliar as estratégias e os materiais de ensino e diversificar as formas e organizações didáticas para que, junto com os alunos, seja possível criar um ambiente de produção ou de reprodução do saber”. Para a autora os jogos atendem as essas necessidades.

## Exemplos de Jogos e atividades na Educação Matemática

A implementação de jogos e atividades com recursos tecnológicos em sala de aula proporciona ao aluno tanto o aprendizado de forma criativa, como também, a interação entre os alunos e a aprendizagem de conceitos que devem ser estudados. Os alunos e professores passam a ser ativos na aprendizagem pois tomam conhecimentos de novos fatos; os participantes de um jogo transformam-se em elementos ativos, na tentativa de ganhar a partida ou na busca de um caminho para a solução do problema proposto. Os jogos podem ser explorados em diversos recursos, sejam concretos, recicláveis ou tecnológicos vai de cada professor buscar sua melhor maneira de aplica-los.

A utilização de materiais de manipulação para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos é apontada por Behr et al (1983, p.121) como um importante recurso para a simulação de situações de resolução de problemas. Apontam ainda, as análises psicológicas que mostram que a manipulação é uma componente principal no desenvolvimento de sistemas representacionais e que a habilidade em fazer traduções entre os vários sistemas de representação tornam as ideias mais significativas para as crianças.

Considerando a utilização de recursos digitais como metodologia alternativa na sala de aula, destaca-se o que Groenwald, Silva e Silva afirmam:

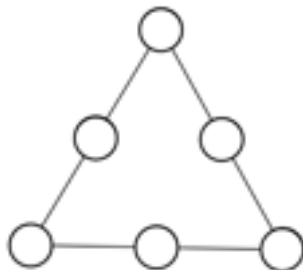
A apresentação de propostas metodológicas diferenciadas para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos utilizando tais recursos podem proporcionar, aos mesmos, possibilidades de construir o conhecimento matemático, através da manipulação desses recursos, disponíveis para *tablets* e *smartphones* (Groenwald, Silva, Silva; 2018, p. 60).

A seguir, apresentam-se sugestões de jogos construídos com materiais concretos e, também, com recursos digitais, como subsídio para os professores no seu planejamento didático.

### **Atividade 1– Triângulo Mágico**

Esta atividade trata-se de um triângulo com espaço para três algarismos em cada lado do mesmo (Figura 1), onde cada lado deve obter a mesma soma, previamente estipulada. Para preencher cada linha, o aluno dispõe dos algarismos de 1 a 6, sendo que todos os algarismos devem ser utilizados.

**Figura 1 – Tabuleiro do Triângulo Mágico**



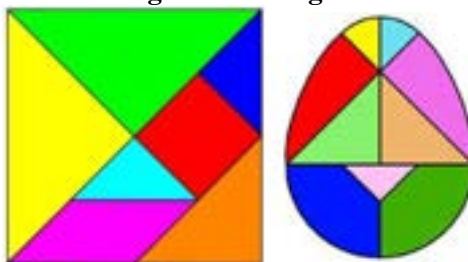
**Fonte: Acervo das autoras**

Esta atividade se aproxima a resolução de problemas, pois possibilita que o estudante generalize estratégias de resolução. As etapas de resolução devem ser: os alunos buscam as alternativas de resolução para os trios de números cuja soma seja a mesma; sugere-se que uma das possibilidades é que a soma seja 9; Recomenda-se que os alunos busquem outras possibilidades; Pergunta-se qual a menor soma possível de trios de números de 1 a 6?; Qual a maior soma possível de trios de números de 1 a 6? Importante que os alunos busquem formas de justificar suas respostas.

### **Atividade 2 – Tangram: Tradicional, Oval e Coração**

Nessa atividade são sugeridas os Tangrans que possuem diferentes formas e combinações. O Tangram Tradicional é um quebra-cabeças chinês no qual o objetivo é posicionar suas sete peças, para formar uma determinada figura. O Tangram Oval é composto de 9 peças, algumas com bordas curvas, usadas para formar figuras diferentes da mesma maneira que o Tangram clássico. Também conhecido por ovo mágico ou ovo de Colombo, tal como o Tangram clássico, propõe a construção de inúmeras figuras a partir de nove de peças.

**Figura 2 – Tangram**



Fonte: acervo das autoras

Esta atividade é de quebra-cabeça onde os alunos devem montar figuras com as peças recebidas. Possibilita a visualização espacial e auxilia a formação do pensamento geométrico.

### **Atividade 3 – Math Duel**

O aplicativo *Math Duel* consiste em um jogo de duplas que aborda as quatro operações fundamentais com os Números Naturais, propondo operações relacionadas a Aritmética, com o objetivo de desenvolver o cálculo mental. Indicado para estudantes do 5º ou 6º anos do Ensino Fundamental.

Este aplicativo deve ser jogado por dois alunos, com a tela dividida em duas partes iguais, onde ganha quem marcar, primeiro, 10 pontos. Na figura 3 apresenta-se o *layout* do aplicativo e um exemplo de atividade proposto pelo mesmo.

**Figura 3 – Layout do aplicativo Math Duel**



Fonte: Acervo das autoras

### **Atividade 4 – Jogo 2248**

O aplicativo 2048 é um jogo de conexão de números, cujo objetivo é unir valores iguais ou um valor com o seu dobro. Para tanto, o jogador deve deslizar um número para cima, para baixo, para a esquerda, para a direita ou em diagonal a fim de conectá-lo com o mesmo número ou com seu dobro. A pontuação é a soma de todos os números conectados. O jogo termina quando não há mais números a conectar. Este jogo serve para revisar o conceito de potência de 2 e está indicado para o 6º ano do Ensino Fundamental.

**Figura 4 – Aplicativo 2248**



Fonte: Acervo das autoras



### Atividade 5 – Real Code Breaker

*Real Code Breaker* é um jogo digital baseado no clássico “jogo da senha”, que é um quebra-cabeça em que o jogador deve adivinhar a senha secreta. Em cada jogada a senha (sequência de pinos coloridos) é alterada. O jogador deve fazer “chutes sucessivos” e, para cada “chute” recebe dicas dizendo quão perto está da resposta. O objetivo do jogo é para que os estudantes desenvolvam a atenção, concentração, possibilidades de combinações. Está indicado para os anos finais do Ensino Fundamental.

Figura 5 – Real Code Breaker



Fonte: Acervo das autoras

### Atividade 6 – Jclíc

O *software Jclíc* é de domínio público, é um ambiente para a criação, realização e avaliação de atividades educativas multimídia, desenvolvido em linguagem de programação Java. Este software permite a realização de sete tipos de atividades básicas: Associações que pretendem que o usuário descubra as relações existentes entre dois conjuntos de informação; Jogos de memória onde temos que descobrir pares de elementos iguais ou relacionados entre si que estão escondidos; Explorador, Identificando células e tela de informação; Quebra-cabeças (puzzle) planeja a reconstrução de uma informação que está inicialmente desordenada; Atividades de resposta escrita, são resolvidas escrevendo-se um texto; Atividades de texto, são planejados exercícios baseados sempre nas palavras, frases, letras e parágrafos de um texto; Caça-palavras e Palavras cruzadas são variantes interativas dos conhecidos passatempos com palavras escondidas. Como exemplo apresenta-se uma atividade de associação simples e uma atividade de texto com a temática de expressões numéricas.

Figura 6 – Atividade expressões numéricas



Fonte: Acervo das autoras

### Conclusão

Concluiu-se que os jogos e as atividades lúdicas, são importantes para o desenvolvimento do processo pedagógico e, em diversos momentos da sala de aula, leva o educando a discutir, refletir e explicar conceitos, desenvolver atitudes positivas como atenção, concentração, respeitar regras, ser persistente diante de desafios. Utilizar desses recursos para o ensino e aprendizagem dos alunos proporciona, ao professor, observar as estratégias individuais de resolução de problemas dos estudantes e realizar, posteriormente, o confronto entre as diversas maneiras de resolver uma determinada situação. O papel do professor deve ser de um profissional

criativo para promover um ambiente que possibilite a interação, a socialização e a participação de todos os estudantes, sendo um ambiente agradável que estimule o interesse em aprender e a vontade de vencer desafios.

### **Referências**

Behr, Merlyn J.; Lesh, Richard; Post, Thomas R.; Silver, Edward A. Rational-Number Concepts. Em: Lesh, Richard; Landau, Marsha (ed.). Acquisition of Mathematics Concepts and Processes. New York: Academic Press, 1983.

Groenwald, C. L. O., & Timm, U. T. (2000). Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula. *Educação Matemática em Revista*, SBEM-RS.

Homa, A. I. R., & Groenwald, C. L. O. (2020) Jogos didáticos e tecnologias digitais: uma integração possível no planejamento didático do professor de Matemática. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, v. 9, n. 3, p. 30-45.

Matos, G. V. de Andrade, S. S. Educação Matemática Nos Anos Iniciais: A Contribuição Dos Jogos Na Aprendizagem De Crianças Com Dificuldades Em Matemática. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/1017/210> .

Silva, L.T., Silva, K.N., Groenwald, C.L.O. (2018). A utilização de Dispositivos Móveis na Educação Matemática. *Educação Matemática em Revista*, n. 57, p. 59-76.

Smole, K. S. (2007). *Jogos de Matemática de 1º a 5º ano* Porto Alegre: / Kátia Stocco Smole, Maria Ignez Diniz, Patrícia Cândido. Artmed.

## **Comunicación Breve**

### **GTD-3-CJ-05**

#### **A Criatividade de alunos dos Anos Iniciais na Resolução de Tarefas Investigativas**

**Márcia Jussara HEPP REHFELDT**

**mrehfeld@univates.br**

**Ieda Maria GIONGO**

**igiongo@univates.br**

**Marli Teresinha QUARTIERI**

**mtquartieri@univates.br**

**Sônia Elisa MARCHI GONZATTI**

**soniag@univates.br**

**Universidade do Vale do Taquari (Univates)**

### **Resumo**

Este trabalho é oriundo de atividades realizadas pelos integrantes do grupo de pesquisa Práticas, Ensino, Currículos e formação docente no campo das Ciências Exatas, na Universidade do Vale do Taquari – Univates. O referido grupo é integrado por pesquisadoras vinculadas à universidade, professoras de distintas escolas localizadas próximas à Instituição de Ensino Superior, alunos de Pós-graduação, em nível de *stricto sensu*, e bolsistas de Iniciação Científica. Em particular, este estudo traz alguns resultados obtidos quando tarefas investigativas, na concepção de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), foram propostas e desenvolvidas por alunos dos Anos Iniciais, analisadas à luz de alguns conceitos relacionados à criatividade. Estas, por sua vez, foram planejadas em parceria com as professoras destes alunos. As tarefas, com foco no uso de padrões, foram levadas às escolas e exploradas com os alunos em diferentes turmas. Os materiais foram coletados por meio do registro fotográfico e gravações das discussões. Os resultados apontam que os alunos foram capazes de pensar em distintas estratégias para posicionar objetos numa sequência de tampinhas, tais como somar mais um e alternar as posições (alunos do 1º ano), construir por blocos e repeti-los (2º ano) ou ainda alternar uma fila horizontal com duas verticais (3º ano). Em adição, pode-se afirmar que os alunos realizaram as tarefas com criatividade uma vez que tiveram liberdade de expressão e pensaram em respostas diferentes do habitual.

**Palavras-chave:** Criatividade. Tarefas investigativas. Anos Iniciais.

## **Introdução e alguns Pressupostos Teóricos**

Os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática nos Anos Iniciais têm se constituído em um desafio para os professores com pouca formação específica na área. Sendo assim, é sugerido que estes estejam em formação continuada para compartilhar experiências e vivências. E foi pensando em professores que atuam nos Anos Iniciais que duas pesquisas estão sendo desenvolvidas. A primeira intitulada “Práticas, Ensino e Currículo: Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Atividades Exploratório-Investigativas e formação docente”, com suporte financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), tem como objetivo problematizar estratégias utilizadas por estudantes na resolução de atividades exploratório-investigativas de Matemática elaboradas em conjunto com docentes dos Anos Iniciais e examinar quais aprendizagens teórico-metodológicas são desencadeadas pelos professores considerando a relação ensino-aprendizagem avaliação a partir de suas experiências. A segunda, denominada “Produção de materiais curriculares educativos: uma possibilidade para desenvolver o pensamento algébrico e geométrico nos Anos Iniciais”, recebe o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa no Rio Grande do Sul (FAPERGS). Esta, por sua vez, tem por intuito investigar os resultados oriundos do desenvolvimento e produção de materiais educativos para o ensino de álgebra e geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, na perspectiva da Investigação Matemática.

Analisando os objetivos das pesquisas, pode-se observar que ambas têm relação com a tendência de ensino intitulada Investigação Matemática. De acordo com Fonseca, Brunheira e Ponte (1999, pp. 4-5), a Investigação Matemática tem como objetivo “[...] explorar todos os caminhos que surgem como interessantes a partir de uma dada situação. É um processo divergente. Sabe-se qual é o ponto de partida, mas não se sabe qual será o ponto de chegada”. Em adição, Ponte et al. (2009) mencionam que atividades investigativas têm relação com a formulação de questões para as quais não existem respostas imediatas e que necessitam, portanto, ser investigadas, usando-se para isso processos fundamentados e rigorosos que podem ser validadas posteriormente. Para Hermann, Barreto, Beline e Ciryno (2009, p. 608)

Um trabalho investigativo não precisa, necessariamente, partir de uma questão nova, nunca explorada antes, trata-se de um processo de descoberta para o aluno. Descobrir conceitos e reinventar a matemática dentro da sala de aula. Nesse processo os alunos podem constituir as suas próprias estratégias, a sua matemática, sentindo-se construtor de seu próprio conhecimento.

Ainda, na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017, p. 523) podemos ler algumas competências com relação à Matemática na Escola Básica, ou seja, espera-se que os alunos sejam capazes de

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Analisando as definições supracitadas acerca da Investigação Matemática e o que preconiza a BNCC podemos observar que elas mencionam palavras ou expressões como “explorar”, “não existem respostas prontas”, “descoberta”, “estratégia” e “experimentação”, que podem estar relacionadas a um outro conceito, a criatividade. Neste sentido, Franzoni (2020), em sua tese de doutoramento, corrobora com a ideia de que é possível imbricar investigação matemática e criatividade. Segundo a autora, “a investigação matemática contribui para a integração e socialização, pois ela oportuniza um ambiente estimulador e criativo, no qual o aluno tem a liberdade de expor seus pensamentos e resoluções aos colegas e ao professor” (Franzoni, 2020, p. 43).

No que tange à criatividade, Brito, Vanzin e Ulbricht (2009) definem-na como um conjunto de capacidades que permitem que a pessoa pode se comportar de uma forma distinta, adaptada para um determinado contexto. Ademais, os autores comentam que ela está relacionada à capacidade de criar uma solução que é inovadora e apropriada. Brito et al. (2009, p. 205), embasados em

Newell e colaboradores (1963) utilizam quatro critérios para categorizar determinada solução como criativa: a) A solução é nova e útil, tanto para o indivíduo quanto para a sociedade; b) A solução requer que sejam rejeitadas idéias previamente aceitas; c) A solução resulta de intensa motivação e persistência; d) A solução é obtida a partir do esclarecimento de um problema que era inicialmente vago.

Ainda, de acordo com Amaral e Carreira (2017), a criatividade está relacionada com um potencial que pode ser desenvolvido em qualquer indivíduo. No entanto, segundo os autores, “nem sempre [a criatividade] é visível no contexto da sala de aula, principalmente quando as atividades habituais se resumem a exercícios rotineiros e treino de técnicas que valorizam principalmente a rapidez ou a precisão, negligenciando o pensamento criativo (Amaral & Carreira, 2017, p. 885). De acordo com Pereira Filho, Rocha e Silveira (2005), a criatividade é inerente ao ser humano e está mais relacionada à capacidade de introspecção e precisa de

vínculos, iniciativa e não de barreiras burocráticas. Em síntese, podemos inferir que a criatividade tem relação com a liberdade de expressão, a possibilidade de pensar diferente e inovar.

A partir dos pressupostos anteriores, nosso grupo de pesquisa compreende e corrobora com a ideia que atividades habituais e treino de técnicas pouco favorecem a criatividade e por isso propomos práticas diferenciadas, à luz de tendências como a Investigação Matemática. Mas, antes de adentrar nas tarefas exploradas com professores e alunos, esclarecemos que a Investigação Matemática é desenvolvida em distintos momentos. De forma prática, os quatro momentos são: a) Exploração e formulação de questões: compreende reconhecer uma situação problema; explorar a situação problemática e formular questões. b) Elaboração de conjecturas: significa organizar dados, formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura); c) Realização de testes e reformulação: empreende realizar testes, refinar uma conjectura. d) Justificação e avaliação: significa justificar uma conjectura, avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2009).

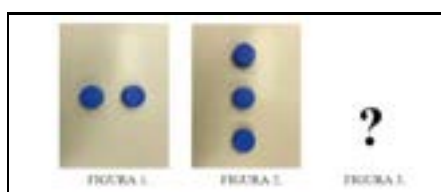
Diante desse contexto, este estudo tem, então, por intuito apresentar algumas resoluções desenvolvidas por alunos de 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental de uma tarefa investigativa aplicada em uma das ações formativas em uma escola pública participante da pesquisa, localizada no município de Estrela, RS, Brasil. Em efeito, pretendemos ilustrar como crianças de seis, sete, oito e nove anos solucionaram, com criatividade, as tarefas propostas.

### **Caminhos Metodológicos**

Para este evento escolhemos uma das tarefas investigativas desenvolvida pelo grupo de pesquisa, composto por professoras da Universidade e da Escola Básica. Cabe salientar que este grupo se reunia, em 2019, mensalmente para estudar e planejar tarefas a serem exploradas em sala de aula. Após as discussões, os bolsistas de Iniciação Científica confeccionavam os materiais por escrito e, por vezes, a coleta de materiais. No caso específico da tarefa aqui descrita, foi necessária a coleta de tampinhas de garrafas de plástico.

A tarefa a ser compartilhada neste trabalho consiste em continuar a representação de uma sequência de tampinhas dispostas em forma de figuras (figura 1, figura 2, figura 3 e assim sucessivamente). Na primeira figura foram dispostas duas tampas, no sentido horizontal. Após, na figura 2, havia três tampinhas posicionadas, mas da forma vertical. A partir disso, a pergunta elaborada e proposta para os alunos foi: “¿Como esta sequência continua? ¿Como você pensou para posicionar as tampinhas na figura 3 e as que se seguem, nas figuras 4, 5 e assim sucessivamente?”

A Figura 1 ilustra a imagem da tarefa entregue aos alunos.



**Figura 1. Tarefa investigativa entregue aos alunos**

**Fonte: Grupo de pesquisa, 2019**

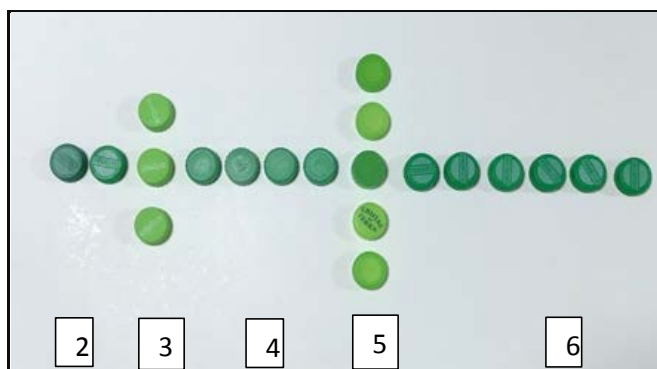
Com o intuito de resolver o problema proposto, entregamos um balde contendo várias tampinhas, a folha com a tarefa escrita (em caixa alta para o primeiro ano) e, em grupos, solicitamos que os alunos resolvessem o desafio. Assim, os alunos representaram sobre as mesas os dois primeiros desenhos com as tampinhas e continuaram representando as demais figuras e justificaram suas respostas. As professoras atuaram como propõem os pressupostos descritos por Ponte et al. (2009). Após discutirem em grupo, os alunos socializaram suas respostas, argumentando e justificando as escolhas realizadas. Cabe salientar que esta mesma atividade foi proposta para alunos de distintos anos, do 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental, portanto crianças de 6 a 9 anos. As respostas foram recolhidas e a socialização gravada para análise.

Em efeito, Fonseca et al. (1999) definem a socialização como “discussão”, como um momento no qual o professor estimula a comunicação entre os alunos, propondo que estes expressem suas ideias, além de defender suas afirmações e questionar as apresentadas pelos colegas. O papel, portanto, dos pesquisadores foi de mediadores, questionando as conjecturas e estratégias expressas pelos alunos, além de observar se os demais estudantes estavam compreendendo as ideias expostas.

Descritas a forma como foi produzida a tarefa investigativa e sua exploração na sala de aula, passamos a apresentar alguns resultados obtidos e os analisaremos à luz de alguns autores, ilustrando ou identificando aspectos que podem estar relacionados à criatividade.

### Análise dos resultados

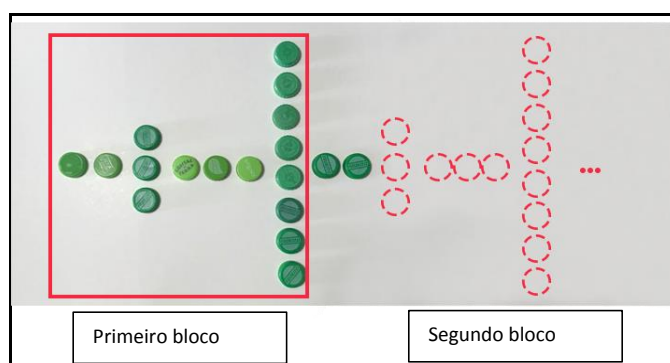
Para realizar a análise dos resultados obtidos e apresentar no evento, escolhemos uma resposta por turma. Assim, vamos descrever e interpretar apenas uma solução descrita pelo primeiro ano, uma do segundo ano e uma do terceiro. Cabe lembrar que o desafio proposto foi representar, fisicamente, a sequência de tampinhas desenhadas na figura 1 e na figura 2 e dar continuidade a ela. A primeira representação escolhida é oriunda de um grupo de alunos do 1º ano, portanto, crianças de 6 ou 7 anos (Figura 2).



**Figura 2. Solução encontrada por alunos do 1º ano**  
**Fonte: Dos autores, com base em um grupo de alunos do 1º ano**

Quando perguntamos a eles como pensaram para formar esta sequência, nos responderam: “somar mais um”, ou seja, a figura 1 tinha duas tampas, a figura 2 duas, então a figura 3 deveria ter 4 e assim sucessivamente. Também comentaram que a posição das tampinhas era o padrão “deitado, em pé, deitado, em pé”. Quando apresentaram suas soluções, os alunos mostraram-se entusiasmados e, por vezes, tivemos que pedir que um ou outro grupo esperasse sua vez de falar. No entanto, possibilitamos liberdade de expressão para estes alunos e os deixamos inovar nas suas soluções. Neste sentido e de acordo com Brito et al. (2009), embasados em Newel e colaboradores, a criatividade tem relação motivação e persistência. Assim, entendemos que houve indícios de criatividade nas respostas elencadas dos alunos do 1º ano.

Quando a tarefa foi explorada no segundo ano ela trouxe outras respostas, além daquela que surgiu no primeiro ano. Uma delas encontra-se na Figura 3.



**Figura 3. Solução encontrada por alunos do 2º ano**  
**Fonte: Dos autores, com base em um grupo de alunos do 2º ano**

Analisando a resposta podemos verificar o padrão estabelecido foi uma repetição de blocos, o primeiro destacado pelo retângulo vermelho. No primeiro bloco estão deitadas 2 tampinhas e depois três, mas em pé, sendo que este padrão passa a se repetir na quinta figura. Em pé, na posição vertical, estão 8 tampinhas, que é a soma de todas as tampas já posicionadas anteriormente ( $2+3+3=8$ ).

No trecho a seguir, retirado de uma transcrição realizada pelo grupo de pesquisa, a partir da gravação de áudio, identificamos as professoras do ensino superior como *D1* e *D2*, e os alunos como *A*, seguido do respectivo número. Este trecho narra como os alunos pensaram para posicionar as tampinhas, de acordo com sua linguagem:

*A1: Deitado, em pé...*

*D1: Deitado, em pé, mas além disso? Dá para fazer assim, né? Isso?*

*A1: Sim.*

*D1: Também daria para fazer assim. E ele fica também uma...*

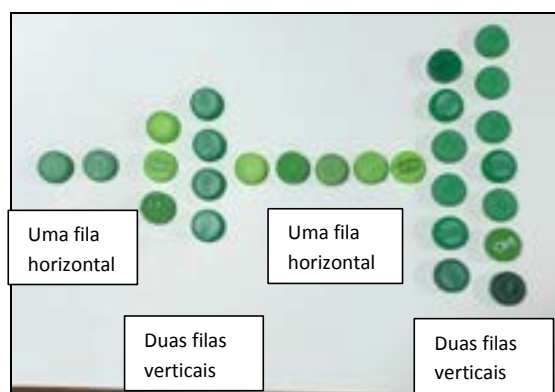
*A1: Uma cidade.*

*D1: Uma cidade!*

*D2: Prédios, né?*

Assim, ao analisarmos este trecho extraído da socialização e compará-lo às experiências formativas, entendemos que os alunos conseguiram observar uma relação entre a posição das tampinhas e a forma que os prédios têm na cidade. Portanto, podemos inferir que foi uma relação estabelecida por meio da intuição e de experiências relacionadas ao cotidiano. Ainda em consonância com Brito et al. (2009) podemos argumentar que os alunos se comportaram de uma forma distinta e enxergaram uma cidade com prédios, o que denota certa capacidade de adaptação e isso tem relação com a criatividade.

Por último, apresentamos uma resposta de alunos do 3º ano (Figura 4).



**Figura 4. Solução encontrada por alunos do 3º ano**  
**Fonte: Dos autores, com base em um grupo de alunos do 3º ano**

Os alunos deram continuidade à sequência proposta inserindo uma terceira figura com quatro tampinhas também na posição vertical, tal qual a segunda figura. Deram prosseguimento às figuras inserindo sempre mais uma tampinha, além da anterior. Então o padrão estabelecido foi 2, 3, 4, 5, 6 e 7 tampinhas, mas posicionadas no sentido horizontal, vertical, vertical, horizontal, vertical e vertical, ou seja, após a posição horizontal, sempre colocaram duas filas na posição vertical. Em consonância com Pereira Filho et al. (2005), aqui também percebemos que houve indícios de criatividade, pois os alunos puderam livremente expressar suas ideias, sem barreiras burocráticas.

### **Considerações Finais**

Retomando o objetivo do texto aqui produzido que foi o de apresentar algumas resoluções desenvolvidas por alunos de 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental quando estes foram desafiados por meio de uma tarefa investigativa podemos inferir que foi possível observar alguns indícios de criatividade. Entendemos que, por meio das tarefas oferecemos aos alunos liberdade de expressão, incentivando-os a pensar diferente e inovar em suas respostas, características essas de criatividade.

Os alunos foram capazes de pensar em distintas estratégias tais como somar mais um e alternar as posições (alunos do 1º ano), construir por blocos, repeti-los, sendo a última figura dentro do bloco a soma das demais figuras (2º ano) ou ainda alternar uma fila horizontal com duas verticais (3º ano). Cumpre lembrar que a

Investigação Matemática, de acordo com Franzoni (2020), oportuniza um ambiente estimulador e criativo, liberdade para que os alunos possam expressar suas ideias.

Em síntese, a partir dos resultados podemos inferir que, por meio das tarefas investigativas, os alunos tiveram liberdade de expressão, a possibilidade de pensar diferente e de inovar, elementos fundamentais da criatividade. O grupo de pesquisa continua suas pesquisas nesta tendência, mas devido à impossibilidade de se dirigir para as escolas em função da pandemia do covid-19 está apenas planejando e discutindo novas tarefas investigativas e avançando em discussões relacionadas à avaliação. Ainda há muito o que pesquisar, mas os resultados parciais são satisfatórios.

### **Referências Bibliográficas**

- Amaral, N. & Carreira, S. (2017). A Criatividade Matemática nas Respostas de Alunos Participantes de uma Competição de Resolução de Problemas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(59), 880-906. <https://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n59a02>.
- Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018, p. 265-266. Recuperado de: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf).
- Brito, R. F. de Vanzin, T. & Ulbricht, V. (2009). Reflexões sobre o conceito de criatividade: sua relação com a biologia do conhecer. *Ciências & Cognição*, 14(3), 204-213. Recuperado em 13 de março de 2021, de [http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1806-58212009000300017&lng=pt&tlng=pt](http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-58212009000300017&lng=pt&tlng=pt).
- Fonseca, H.; Brunheira, L. & Ponte, J. P. da. (1999). As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática. *Actas do ProfMat 99*. Lisboa: APM.
- Hermann, W; Barreto, M. de F.; Beline, W. & Cyrino, M. de C. C. (2009, setembro). Da resolução de problemas para a investigação matemática: o problema dos líquens. *Anais do Encontro Paranaense de Educação Matemática*. Paraná, Brasil, 10. Recuperado de <https://livrozilla.com/doc/1600308/da-resolu%C3%A7%C3%A3o-de-problemas-para-a-investiga%C3%A7%C3%A3o>
- Franzoni, P. da G. R. *Investigação matemática no ensino de educação financeira e economia: uma vivência com licenciandos em matemática*. (2020). Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu Doutorado em Ensino, da Universidade do Vale do Taquari – UNIVATES.
- Pereira Filho, R.; Rocha, S. R. M. & Silveira, I. S. (2005). *Criatividade e modelos mentais*. Rio de Janeiro, Qualitymark: Petrobras.
- Ponte, J. P.; Brocardo, J. & Oliveira, H. (2009). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.



## **Comunicación Breve**

### **GTD-3-CJ-06**

#### **Matemática e Comunidade: um contexto educativo para a Aprendizagem Social e para uma perspectiva de Educação STEM**

**Neura Maria DE ROSSI GIUSTI**  
**neuragiusti@gmail.com**

**Universidade Luterana do Brasil, Canoas/RS, Brasil**

### **Resumo**

A comunicação discute um recorte de uma pesquisa desenvolvida no município de Vacaria, no estado do Rio Grande do Sul (Brasil), onde investigou-se a integração e divulgação de conhecimentos matemáticos na comunidade, a partir de um contexto educativo para a socialização de tais conhecimentos do currículo da Educação Básica, tendo em vista a aprendizagem social e o despertar do interesse dos jovens para uma carreira acadêmica relacionada às áreas de Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática. Na pesquisa qualitativa de investigação-ação foi inventariado entrevistas dirigidas à comunidade participante, registros fotográficos com as resoluções das tarefas. As análises se alicerçam sobre a Base Nacional Comum Curricular e as Demandas Cognitivas que são exigidas nas tarefas. Buscou-se entender as diferentes formas de aprender a aprender Matemática, a mobilização, o interesse, o compartilhamento dos conhecimentos, bem como as diferentes formas de resoluções e de raciocínio matemático empregado perante as tarefas apresentadas. As evidências apontaram que os conhecimentos que envolvem a Matemática Financeira estão muito presentes nas atividades sociais e profissionais da comunidade como um exercício de memória empregando algoritmos de Aritmética. Entretanto, os conhecimentos relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico ofereceram alguns empecilhos na compreensão da simbologia algébrica. As constatações inferem sobre a importância da escola para o desenvolvimento de competências básicas, visto que a escola tem papel fundamental na vida dos alunos e das pessoas e, esta, deve cumprir com excelência a sua função social diante de uma sociedade em transformação, principalmente para a vida do século XXI.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Aprendizagem Social. Educação STEM. Aprender a aprender. Matemática Financeira. Pensamento Algébrico.

## **Competências Matemáticas para o Século XXI**

Trazer a Matemática escolar para a vida e para o cotidiano das pessoas pode mudar a compreensão que muitos têm de que a Matemática é um conhecimento para poucos. É na aplicação dos conteúdos aprendidos na escola para situações do dia a dia, da vida social e profissional que a Matemática se mostra importante, principalmente para a vida no século XXI. Na formação dos conceitos científicos se faz necessário a mediação entre os conceitos cotidianos, aqueles experientes a partir de vivências. Este vínculo permite construir novas aprendizagens e relacionar a teoria com a prática. Assim, percebemos a importância de pensar a Matemática como uma aprendizagem social<sup>13</sup>, para a vida cotidiana da sociedade, e também, é importante que se promova uma Educação com uma perspectiva STEM (Educação para as áreas de Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática) (SANDERS, 2009; BECKER; PARK, 2011), essencial para o desenvolvimento do País e, principalmente, no desenvolvimento de competências para todos os cidadãos em detrimento das demandas da sociedade do século XXI (UNESCO, 2004).

No Brasil, o ensino para o desenvolvimento de competências está descrito no documento normativo da Base Nacional Comum Curricular – BNCC, que norteia o processo de ensino na Educação Básica (BRASIL, 2017; 2018)<sup>14</sup>, indicam o caminho para a educação e visa garantir que todas as escolas, públicas e privadas, propiciem o desenvolvimento das mesmas competências e habilidades que constituem os direitos de aprendizagem dos alunos em território nacional.

Ao abordar as competências matemáticas relacionadas ao ensino e aprendizagem para a Matemática Financeira e Álgebra intencionou-se a promoção para a democratização do conhecimento e a popularização da Ciência (BRASIL, 2019). A Educação Matemática na Comunidade traz uma perspectiva diferenciada sobre os contextos de aprendizagens formais.

## **A pesquisa e a metodologia desenvolvida**

*A Educação Matemática e Comunidade* tem como problema de investigação: *Como socializar, promover e discutir os conhecimentos matemáticos desenvolvidos na escola formal, da Educação Básica, na comunidade em geral?* “. O objetivo geral busca viabilizar a socialização dos conhecimentos matemáticos da Educação Básica na comunidade, discutindo e buscando despertar o interesse dos jovens em seguir carreiras relacionada as Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática, de modo a intervir positivamente na forma como esta comunidade vê e entende a Matemática com perspectivas práticas e críticas sobre o seu ensino e aprendizagem da Educação Financeira e sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico.

A pesquisa qualitativa (ALVES-MAZZOTTI, 1998) de investigação-ação (THIOLLENT, 1985; FIORENTINI, 2004; FLICK, 2013), teve como sujeitos investigados 7 (sete) cidadãos que residem no município mencionado e estes foram nomeados pelas iniciais de seus nomes: L.B, 15 anos; A.R.C, 31 anos; A.C, 37 anos; V.V, 39 anos; M.M, 44 anos; J.M, 56 anos; e P.A, 63 anos. Em relação a escolaridade, 1 (um) possui Ensino Fundamental, 3 (três) possuem Ensino Médio, 3 (três) Ensino Superior. Na ocupação profissional, 1(um) é estudante, 1 (um) é empresário, 1 (um) é aposentado, 1 (um) é faturista e os demais comerciários. Os entrevistados foram escolhidos a partir dos registros das assinaturas deixadas nos quadros verdes e, ainda, pelas conversas paralelas realizadas durante a exposição e resolução das tarefas, no período de agosto a novembro de 2020. Embora muitos contribuíssem deixando seus apontamentos, alguns não puderam ser identificados, mas colaboraram de forma positiva demonstrando interesse ao participar do desenvolvimento das atividades.

As ações da pesquisa consistiam em apresentar situações problemas (GROENWALD, 2014) envolvendo o ensino e a aprendizagem da Matemática com ênfase na Matemática Financeira e no desenvolvimento do pensamento algébrico; selecionar tarefas para o desenvolvimento de competências da Educação Básica (as tarefas foram adaptadas tendo como base livros didáticos e, também, a partir do cotidiano da comunidade

---

<sup>13</sup> Entendemos aprendizagem social como uma aprendizagem partilhada socialmente entre os membros de uma comunidade, numa intervenção colaborativa entre os participantes.

<sup>14</sup> Ao final de 2017, foi aprovada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) da Educação Infantil e Ensino Fundamental e, em dezembro de 2018, foi aprovada a BNCC do Ensino Médio.

local); a exposição das mesmas foi por meio de quadro verde e giz, em local de uso comum da comunidade; o *feedback* das resoluções das tarefas consiste em permitir que todos pudessem visualizar e se apropriar dos conhecimentos lá expostos. A rotina de apresentação das tarefas se fez na disposição de atividades semanais, apresentando diferentes competências Matemáticas de forma não linear, com o propósito de maior participação e interesse da comunidade. Para a coleta de dados houve o acompanhamento e registro semanal, bem como, o desenvolvimento das entrevistas dirigidas (individuais) a comunidade participante. Foram realizados registros fotográficos com as resoluções das tarefas. A classificação das tarefas deu-se por meio das Demandas Cognitivas (SMITH; STEIN, 1998; PENALVA; LLINARES, 2011).

### Análises das tarefas e discussões

Na análise sobre o desenvolvimento da competência que se refere a Matemática Financeira nos debruçarmos sobre a competência específicas 1 (um), que propõe a utilização de estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, estas divulgadas nos diferentes meios (BRASIL, 2018). Entre as habilidades destacamos: (EM13MAT104) interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros, investigando os processos de cálculo desses números; e (EM13MAT303) resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial (BRASIL, 2018).

Presentamos algumas tarefas propostas para a comunidade.

#### **Tarefa 1.** *Qual foi o percentual de aumento de preço neste período?*

Aumentos sucessivos de valores sobre determinados produtos fazem parte do cotidiano dos cidadãos brasileiros. Para as tarefas (Figura 1), objeto de conhecimento envolveu percentual e variação de preços. Na primeira, o saco da soja de 60 Kg sofreu dois reajustes, um em maio de 2020, no valor de R\$ 105,00 e outro em julho de 2020, de R\$ 117,00. Foi solicitado à comunidade qual foi o percentual de aumento na variação de preços no período indicado. Para a segunda tarefa foi aplicado o reajuste consecutivo de preços de 5% e outro de 6% sobre uma caixa de maçãs que custava R\$ 100,00. Foi solicitado o novo preço da caixa de maçãs. A demanda cognitiva foi classificada como nível 3.

**Figura 1: Percentual e variação de preços**



**Fonte: A pesquisa**

As tarefas coincidem com situações vivenciadas na comunidade, onde a agricultura é o ponto forte da região, principalmente, o cultivo e venda da soja e de maçãs. Obtivemos para a primeira tarefa, uma resposta assinada por A.C, e esta representou corretamente a resolução da situação problema. O que pode indicar que os procedimentos de cálculos utilizados tenham viés de uma regra de três simples, dado o *feedback* posterior a resolução do autor ou pela razão entre os valores de 12 reais de aumento no preço final do cereal pelo valor inicial de 105 reais. Da mesma forma, na segunda, assinada por P.S.C, houve o registro por meio de uma regra de três simples semelhante a resolução da primeira tarefa. Cabe salientar que as duas tarefas foram propostas em períodos diferentes, uma em agosto e outra em setembro de 2020.

Na unidade temática Álgebra (Brasil, 2017), damos ênfase ao desenvolvimento do pensamento algébrico, este, essencial para a compreensão e utilização de modelos matemáticos fazendo uso de letras e outros símbolos, na medida em que o desenvolvimento de uma linguagem algébrica possa estabelecer generalizações, análises e resolução de problemas. Neste sentido, destacamos algumas habilidades referentes ao ensino da Álgebra para o 7º, 8º e 9º anos do EF (Brasil, 2017): Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas; Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações; Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.

**Tarefa 2:** Descubra a regularidade das sequências.

Para as tarefas apresentadas o objeto de conhecimento indica a regularidade de uma sequência numérica ou figural, em que a Demanda Cognitiva foi classificada como nível 2 (dois), resolução por algoritmos e a utilização de procedimentos com base na informação anterior. A Figura 2 ilustra as sequências expostas à comunidade.

**Figura 2:** Descubra a regularidade das sequências



Fonte: A pesquisa

Propusemos, em tempos diferentes, tarefas que permitissem identificar a regularidade de sequências com números ou figuras como demonstrado a cima. No primeiro quadro, foi ilustrado uma sequência de quadrados formado por palitos, onde a comunidade deveria indicar quantos palitos seriam necessários para construir 25 quadrados interligados conforme exemplificado. Obtivemos uma devolutiva correta expressa na forma numérica, 76 palitos. Dado o *feedback* posterior a resolução do autor, o algoritmo que poderia resolver a tarefa seria a expressão algébrica “ $3n + 1$ ”. Questionados pelo autor sobre a utilização da letra “n” ficou evidente que o procedimento de cálculo contou com o auxílio de algoritmos sucessivos para considerar a resposta 76. Houve então um diálogo expositivo sobre o desenvolvimento da expressão e o que a letra “n” representava na expressão e como resolvê-la. Percebemos que a partir da interação a expressão fez sentido para o aprendizado do autor da resposta. O segundo quadro traz uma sequência numérica com Números Inteiros. Houve uma assertiva na resolução (35), como também, um registro que não satisfaz a tarefa (31) e uma indicação “*não sei*”. A sequência 32, 27, 35, 30, 38 e 33 envolve algoritmos de adição e subtração pelos números 5 (a) e 8 (b) alternadamente, ou seja:  $32 - a = 27$ ;  $27 + b = 35$ ;  $35 - a = 30$ ;  $30 + b = 38$  e assim sucessivamente. Na exposição das respostas dos autores não ficou evidente os procedimentos de cálculos utilizados, porém, acredita-se que a resolução tenha sido realizada de forma numérica e não algébrica.

### Considerações Finais

As atividades profissionais que os cidadãos desenvolvem coloca a Matemática em evidência como um conhecimento real. A habilidade de aplicar procedimentos de cálculos com o uso da Aritmética ficou explícita, bem como, a interpretação de situações comerciais. Foi verificado que conhecimentos que envolvem

Matemática Financeira, para o dia a dia, estão muito presentes nas atividades sociais e profissionais da comunidade como um exercício de memória. Porém, os conhecimentos relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico para a resolução das tarefas ofereceram alguns empecilhos na compreensão da simbologia algébrica, visto que operar com letras e outros símbolos requer o desenvolvimento da linguagem algébrica para que se possa estabelecer generalizações, análises e resoluções. Esperamos que a pesquisa Matemática na Comunidade possa contribuir com um olhar diferenciado sobre os contextos de aprendizagens formais.

### **Referências**

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas Ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 1998.

BECKER, K.; PARK, K. *Effects of integrative approaches among science, technology, engineering, and mathematics (STEM) subjects on students' learning: A preliminary metaanalysis*. In: **Journal of STEM Education**, v. 12, n. 5, 2011.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 15 jul. 2020.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 15 jul. 2020.

BRASIL. **Programa Ciência na Escola: sobre o programa**. Brasília, DF, 2019 Disponível em: <https://www.cienciaaescola.gov.br/app/cienciaaescola/sobreoprograma>. Acesso em: 19 dez. 2020.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, Marcelo Carvalho e ARAÚJO, Jussara de Loiola (org.) **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autentica, 2004.

FLICK, U. **Introdução a metodologia de pesquisa: um guia para iniciantes**. Porto Alegre: Penso, 2013.

GROENWALD, C. L. O. **A metodologia resolução de problemas no ensino da Matemática**. Artigo apresentado ao grupo de estudos. Canoas, RS: ULBRA, 2014.

PENALVA, M. C.; LLINARES, S. Tareas Matemáticas en la Educación Secundaria. In: GOÑI, Jesus María (coord) et al. **Didáctica de las Matemáticas**. Colección: Formación del Profesorado. Educación secundaria. Barcelona: Editora GRAÓ, 2011, Vol. 12, 27-51.

SANDERS, M. STEM, **STEM Education, STEMmania**. In: *The Technology Teacher*, v. 68, n. 4, p. 20–26, 2009.

SMITH, M. S; STEIN, K., M Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. **Mathematics Teacher in the Middle School**, 1998. v.3, n.5, 344-350.

THIOLLENT, M. **Metodologia da Pesquisa-Ação**. São Paulo: Cortez, 1985.

UNESCO. Pesquisa Nacional. **O Perfil dos professores brasileiros: o que fazem, o que pensam, o que almejam**. São Paulo: Moderna, 2004.

## **Comunicación Breve**

**GTD-3-CJ-07**

### **Sequência Didática Eletrônica como Estratégia Metodológica para o Processo de Ensino e Aprendizagem da Estatística**

**Karine MACHADO FRAGA de MELO**

**karinemfm@gmail.com**

**Claudia L. OLIVEIRA GROENWALD**

**cluadiag@ulbra.br**

**PPGECM - Universidade Luterana do Brasil, Brasil**

### **Resumo**

Este trabalho apresenta o processo de implementação (desenvolvimento, aplicação e avaliação) de uma sequência didática eletrônica contendo os conceitos básicos da Estatística para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental que não tiveram acesso ao estudo dos conceitos estatísticos básicos nos anos anteriores de escolaridade. Os resultados apontam que a sequência didática eletrônica implementada contribuiu para a construção dos conceitos estatísticos básicos, visto que, os alunos participantes da investigação, na medida em que necessitavam da compreensão dos conceitos estatísticos, para o avanço no desenvolvimento das etapas de suas pesquisas recorreram a sequência didática eletrônica como objeto teórico de estudo.

**Palavras-chave:** Sequência Didática Eletrônica. Conceitos Estatísticos. Ensino Fundamental.

## **Introdução**

Ao considerar como estratégia metodológica o uso de sequências didáticas para a construção do saber, deve-se estabelecer como objetivo o desenvolvimento de instrumentos que possibilitem aos estudantes indagar e questionar, bem como, problematizar situações que sejam interessantes para os mesmos, de uma forma orientada e organizada pelo professor mediador (Castoldi & Danyluk, 2014)

Zabala (1998) define sequência didática como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que tem um princípio e um fim conhecido, tanto pelos professores como pelos alunos”.

Nesse sentido, o uso de sequências didáticas, como recurso pedagógico, permite um novo olhar sobre a organização curricular, com ênfase no ensino pautado em investigação, por meio de condições reais do cotidiano, partindo de problematizações que levem o aluno a conferir o seu conhecimento prévio com o conhecimento apresentado no espaço de aprendizagem, levando-o a se apropriar de novos significados, novos métodos de investigação e o desenvolvimento de novos produtos e processos.

Na investigação aborda-se o termo sequência didática eletrônica como sendo um conjunto de atividades pedagógicas organizadas e implementadas com uso das tecnologias, na plataforma de ensino SIENA, sendo utilizados diferentes recursos didáticos: material de estudos desenvolvidos a partir do editor de apresentação gráfica *Power Point* da *Microsoft*, salvo em *HTML*, através do *software ISpring* atividades lúdicas desenvolvidas no aplicativo *JClic*<sup>15</sup>; jogo *Online*; acesso a *links* de vídeos referentes aos conceitos estudados.

As atividades propostas, pelo experimento para a elaboração da sequência didática eletrônica estão contextualizadas a questões de relevância social com o objetivo de auxiliar o aluno no exercício da cidadania, ou seja, para buscar uma atuação consciente e crítica na sociedade em que está inserido.

## **A Sequência Didática Eletrônica Proposta: o estudo dos conceitos estatísticos contextualizados com os temas de relevância social**

A proposta apresentada pela investigação, para os anos finais do Ensino Fundamental, consiste em articular a metodologia de projetos de pesquisa, visando possibilitar o desenvolvimento de habilidades necessárias à formação do pensamento estatístico com a implementação de uma sequência didática eletrônica.

Na medida em que os estudantes necessitassem dos conceitos estatísticos para avançar no desenvolvimento de seus projetos de pesquisa foi disponibilizado a eles, por meio do acesso ao Sistema SIENA<sup>16</sup>, a sequência didática eletrônica contendo os conceitos básicos da Estatística contextualizados com questões de relevância social, tendo como objetivo o estudo de tais conceitos.

Apresenta-se a sequência didática eletrônica, indicada para os anos finais do Ensino Fundamental, para o estudo dos conceitos estatísticos, que está estruturada a partir de cinco tópicos principais, assim denominados: *Pesquisa e Estatística*; *Introdução à Estatística*; *Organizando Dados* e *Interpretando Dados*. Para cada um dos tópicos foi desenvolvida uma sequência didática eletrônica específica.

Procurou-se incorporar na sequência didática eletrônica desenvolvida as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) através de *hipertextos*, *softwares*, aplicativos, jogos e vídeos *online*. A sequência didática eletrônica busca proporcionar um ambiente de interatividade. Para elaborar os materiais didáticos de estudos foram utilizados os seguintes recursos:

---

<sup>15</sup> *JClic* é um programa para a criação, realização e avaliação de atividades educativas multimídia, desenvolvido na plataforma *Java*, estas atividades podem ser textuais ou utilizar recursos gráficos, podendo incorporar também sons, animações ou sequências de vídeos digitais, esse *software* permite criar projetos que são formados por um conjunto de atividades com uma determinada sequência, que indica a ordem em que irão ser mostradas.

<sup>16</sup> O Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA) foi organizado pelos grupos de Tecnologias Educativas da Universidade de La Laguna, Tenerife, Espanha e o GECM (Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática) do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil. O Sistema SIENA possui duas opções de uso: a primeira serve para o aluno estudar um conteúdo específico e realizar o teste, para verificar quais são seus conhecimentos sobre os conceitos estudados; a segunda opção oportuniza, ao aluno, realizar o teste e estudar os conceitos nos quais apresentou dificuldades.

a) *Processador de Texto*: utilizou-se o *Microsoft Word*, salvo no modo página da *Web*, para a construção das páginas iniciais. Para cada tópico do grafo há uma página inicial, contendo os *hiperlinks* de cada atividade, que permite aos alunos estudarem conforme suas preferências, ou seguirem a ordem indicada. A Figura 1 apresenta a página inicial do tópico *Organizando Dados*, onde cada uma das imagens contidas na célula da tabela possui um *hiperlink* a uma atividade.



**Figura 1 - Página inicial desenvolvida para o tópico “Organizando Dados”**

b) *Editor de apresentação*: para a criação dos materiais de estudo foi utilizado o *Microsoft PowerPoint*, *software* que possibilita a criação, edição e exibição de apresentações gráficas. As apresentações são convertidas em *Flash* através do programa *iSpring*, como ilustra a Figura 2.



**Figura 2 - Exemplo de material de estudos utilizando o *Microsoft PowerPoint* como editor de apresentação**

c) *Planilha Eletrônica*: utilizada como recurso computacional para a construção de tabelas e gráficos. Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (Brasil, 2006, p.89):

As planilhas eletrônicas, mesmo sendo ferramentas que não foram projetadas para propósito educativo, também podem ser utilizadas como recursos pedagógicos úteis à aprendizagem Matemática. [...] também oferecem um ambiente apropriado para trabalhar com análise de dados reais.

Nesse sentido, no material de estudos desenvolvido para o tópico *Organizando Dados* apresentou-se aos alunos a planilha eletrônica como uma ferramenta computacional seguida de uma proposta de atividade solicitando que os mesmos utilizassem a ferramenta para construção de uma tabela. Este tópico da sequência didática eletrônica objetivou, também, auxiliar os alunos na elaboração do relatório do projeto de pesquisa. Tal proposta visou possibilitar o desenvolvimento de habilidades de caráter instrumental, de acordo com o contexto em que



os estudantes estão inseridos. Salienta-se que esta habilidade é importante à medida que estes alunos vivem em uma sociedade eminentemente tecnológica.

d) *JClic*: é um programa para a criação, realização e avaliação de atividades educativas multimídia. As atividades realizadas no aplicativo permitem ao aluno exercitar os conceitos abordados no material de estudo. As atividades desenvolvidas podem ser textuais ou utilizar recursos gráficos, podendo incorporar também sons, animações ou sequências de vídeos digitais. Na sequência didática eletrônica, para cada tópico, também foram desenvolvidos, com o *software JClic*, projetos de atividades. Para os projetos foram elaboradas atividades de preencher lacunas, resposta escrita, completar texto, associação simples e complexa, identificar células, caça-palavras, jogo da memória e palavra cruzada. A Figura 3 apresenta a primeira atividade que compõem o projeto de atividades desenvolvido com o *JClic* para o tópico *Organizando Dados*. Neste projeto inicia-se com a proposta de um jogo da memória, onde os alunos deverão encontrar o tipo de gráfico com sua respectiva imagem.



**Figura 3 - Jogo da Memória desenvolvido no *JClic* para o tópico do grafo *Organizando Dados*: gráficos**

e) Materiais *online*: consiste em um conjunto de páginas da rede que foram avaliadas e selecionadas de acordo com os conceitos abordados nos materiais de estudos. Para as páginas selecionadas foi criado um *link* para possibilitar ao aluno acessá-las. Procura-se através do material *online* proporcionar ao aluno o contato com os conceitos de maneira interativa e lúdica, aproveitando os recursos tecnológicos. Foram selecionadas páginas com vídeos *online* em que os conteúdos abordados no material de estudo eram retomados, resolução de questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) envolvendo leitura, análise e interpretação de dados representados em gráficos e tabelas e um jogo *online*. A Figura 4 apresenta o quadro com a distribuição dos materiais *online* selecionados para cada tópico do grafo.

Conceitos do grafo	Material online	Descrição
Pesquisa e Estatística	01	Página com orientações para trabalho de pesquisa
Introdução a Estatística	02	- Vídeo com a explicação dos conceitos de amostra e população.
		- Vídeo sobre tipos de variáveis a partir de um exemplo.
Organizando Dados	02	- Vídeos com a discussão de duas questões do ENEM (2005) envolvendo interpretação de dados representados em tabelas.
		Vídeo com orientações para construir uma tabela de frequência utilizando a planilha eletrônica.
	Gráficos	05
Três vídeos contendo a discussão da resolução de situações-problema retiradas do ENEM sobre leitura, análise e interpretação de dados representados em gráficos.		
Interpretando dados	02	Vídeo com a retomada dos conceitos de média aritmética, moda e mediana a partir de um exemplo.
		Jogo online: <i>A Glória da Estatística</i>

#### Figura 4 - Quadro com a distribuição dos materiais *online* selecionados para cada tópico do grafo

Nesse sentido, buscou-se através da implementação (desenvolvimento, aplicação e avaliação) da sequência didática eletrônica articulada com a metodologia de projetos de pesquisa promover o estudo dos conceitos estatísticos, através de um ambiente de interatividade com atividades didáticas integradas ao uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) como ferramenta pedagógica auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da Estatística.

### Considerações Finais

Nessa investigação, a sequência didática eletrônica implementada no Sistema SIENA, foi utilizada como recurso tecnológico didático para o processo de ensino e aprendizagem da Estatística nos anos finais do Ensino Fundamental, pois oportunizou, aos estudantes investigados, o acesso ao estudo dos conceitos estatísticos, ou seja, acesso ao campo do conhecimento estatístico, considerado por Gal (2002), como componente responsável pelo desenvolvimento da literacia estatística, necessário à formação do pensamento estatístico.

A análise dos registros de desenvolvimento, apresentados pelos grupos investigados, para o conjunto de atividades que constituem a sequência didática eletrônica concomitante com as observações realizadas, no laboratório de informática, permitiram a professora pesquisadora identificar as dificuldades encontradas no estudo teórico dos conceitos estatísticos, bem como os objetivos traçados para o processo de ensino e aprendizagem da Estatística alcançados ou não pela amostra investigada subsidiando a atuação da professora para a realização dos estudos de recuperação e de intervenções necessárias para desenvolvimento das atividades práticas que constituem cada etapa dos projetos de pesquisa.

Nesse sentido, constatou-se que a sequência didática eletrônica possibilitou aos estudantes investigados, a participação efetiva e ativa e, ao professor a atuação como mediador e orientador no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos estatísticos para os anos finais do Ensino Fundamental.

Constatou-se que, os grupos investigados, na medida em que necessitavam da compreensão dos conceitos estatísticos, para o avanço no desenvolvimento das etapas de suas pesquisas, recorreram à sequência didática eletrônica utilizando-a como objeto teórico de estudo. A apropriação dos conceitos estatísticos, pela amostra investigada, foi evidenciada na última etapa de desenvolvimento dos projetos de pesquisa, entre eles destacaram-se os conceitos de: amostra, população, frequência absoluta e frequência relativa, dados brutos, rol e elementos essenciais às representações tabulares e gráficas. A Figura 5 apresenta o parágrafo do texto “*Análise dos Dados*” produzidos pelo Grupo 15.

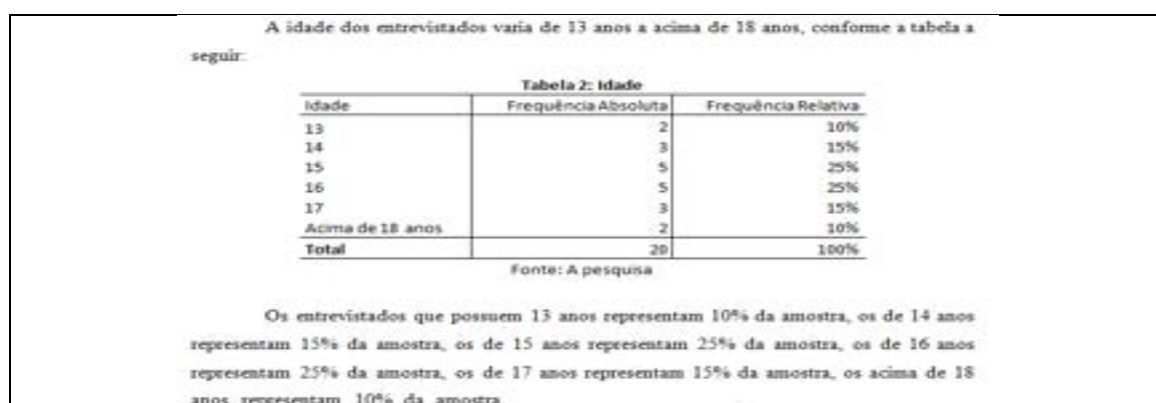


Figura 5 – Parágrafo do texto *Análise dos Dados* produzido pelo Grupo 15

De acordo com a Figura 5, observou-se que o Grupo 15 após organizar os dados na tabela, propôs uma interpretação para os resultados obtidos, para isso utilizou de linguagem estatística correta, evidenciou-se também que os integrantes do grupo identificaram as variações das mesmas. A representação tabular apresentada pelo Grupo 15 está correta e de acordo com as normas, os estudantes propuseram um título para a mesma e a fonte dos dados.

Entende-se que o objetivo geral da pesquisa foi alcançado e sugere-se para futuras investigações o acréscimo de uma sequência didática eletrônica específica para o estudo de conceitos e procedimentos matemáticos que integrados aos conceitos estatísticos são considerados componentes necessários à formação do pensamento estatístico.

### **Referências Bibliográficas**

Brasil (2006). Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC.

Castoldi, L.; Danyluk, O. S. (2014). Sequência Didática para a Introdução da Estatística no Ensino Fundamental. In: IV Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia. PR: Ponta Grossa.

Gal, I. (2002). Adult's Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statistical Review*, v.70, n.1, p.1-25. Retrieved from:< <http://iase-web.org/documents/intstatreview/02.Gal.pdf>>

Zabala, A. (1998). *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: ArtMed.

## **Comunicación Breve**

**GTD-3-CJ-08**

### **Contribuições de uma sequência didática eletrônica na consolidação do Pensamento Aritmético no 6º Ano do Ensino Fundamental**

**Rosemary CARLESSO**  
**mary.carlesso@hotmail.com**

**Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Brasil**

#### **Resumo**

Apresenta-se o recorte da dissertação de mestrado, vinculada à linha de pesquisa de Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), com o tema Pensamento Aritmético no 6º ano do Ensino Fundamental, considerando a relevância do domínio das habilidades Aritméticas para estudantes da Educação Básica, tanto para a vida pessoal, quanto social e profissional. O objetivo foi investigar a contribuição de uma Sequência Didática Eletrônica para a consolidação dos conceitos que formam o Pensamento Aritmético com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental do município de Gravataí, Rio Grande do Sul. A metodologia utilizada foi de base qualitativa, com foco no estudo de caso. Nesta investigação elaborou-se uma sequência didática eletrônica, com base na Resolução de Problemas, explorando cada uma das tarefas propostas a fim de desenvolver a competência daqueles conceitos que ainda não haviam sido consolidados até o momento. O foco deste artigo é mostrar as atividades lúdicas desenvolvidas nesta sequência, com a temática investigada, que foram construídas na plataforma H5P e no aplicativo Jelic.

**Palavras-chave:** Pensamento Aritmético. Resolução de Problemas. Competência. Tarefas. Atividades Lúdicas.

## **Introdução**

Este artigo apresenta o recorte de uma pesquisa de mestrado, que teve por objetivo investigar e analisar o desempenho dos estudantes em relação à consolidação dos conceitos que formam o Pensamento Aritmético; para tanto, foi implementada uma sequência didática eletrônica no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA).

O experimento foi proposto aos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, visto que, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), é quando deve acontecer a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens desenvolvidas nos anos iniciais do Ensino Fundamental, visando a construção de uma visão integrada da Matemática e a consolidação dos conceitos relativos a Aritmética.

Apresenta-se, neste artigo, as atividades lúdicas desenvolvidas para essa sequência, que compõe o ambiente de investigação, implementado no sistema inteligente SIENA, que é uma plataforma de ensino desenvolvida para estudos de um tema qualquer. É um sistema inteligente que possui duas opções de uso: serve para os alunos estudarem determinado conteúdo, realizando testes adaptativos para avaliarem os conhecimentos adquiridos ou, os estudantes realizam os testes adaptativos e quando não conseguem uma avaliação satisfatória estudam os conceitos, realizando uma recuperação individualizada das dificuldades que o estudante possui.

O desenvolvimento da sequência didática eletrônica, foi organizada com a metodologia de Resolução de Problemas, com o objetivo de dar suporte ao estudante na construção da sua aprendizagem, respeitando o seu tempo e a suas individualidades. Todas as atividades foram elaboradas com a intencionalidade de desenvolver as competências referente aos conceitos que formam o Pensamento Aritmético e por isso a análise da demanda cognitiva de cada uma das tarefas propostas na sequência.

Neste sentido abordamos teoricamente o Pensamento Aritmético, o conceito de sequência didática que embasa sua elaboração, bem como, a metodologia de Resolução de Problemas, o conceito de competência e a análise das tarefas apresentadas em cada sequência didática.

## **Referencial Teórico**

A Aritmética, é essencial para a vida em sociedade, bem como, para o desenvolvimento das operações formais. Além de ser o ramo mais elementar da matemática, trata-se da parte da matemática que estuda as operações numéricas e, por extensão de sentido, significa tudo que pressupõe um cálculo qualquer. De acordo com Gimenez (1997), a aritmética do século XX oferece respostas a problemas, em um sentido integrado, e não somente o ensino de técnicas por si mesmas.

Ainda segundo o autor, a aritmética se propõe a interpretar e dominar os processos que permitam a resolução de situações mediante métodos diversos, dominar as bases conceituais, e adquirir um sentido numérico, reconhecendo quando cada um é mais útil e adequado. O que para Santana (2015) através desse processo de construção de raciocínios pode-se conseguir o ensino de uma aritmética baseada na produção de significados.

A BNCC (BRASIL, 2018), enfatiza que nas séries iniciais do Ensino Fundamental é esperado que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para obtenção dos resultados, como: estimativa, cálculo mental, algoritmos e uso de calculadora. Para Onuchic (2017, p.406), o trabalho com os alunos deveria alcançar uma rica compreensão em número:

O que eles são; como são representados com objetos, sobre a reta numerada; como se relacionam uns com os outros; como os números estão encaixados em sistemas que têm estruturas e propriedades; e como usar números e operações para resolver problemas (Onuchic, 2017, p. 406).

Para o desenvolvimento eficaz do sentido do número, tem-se o desenvolvimento da habilidade do cálculo mental, que se torna muito importante. De acordo com Buys (2008, p.121-122,[grifo nosso]), o cálculo mental é o cálculo hábil e flexível baseado nas relações numéricas conhecidas e nas características dos números, acrescentando que se trata de um movimento rápido e flexível no mundo dos números, mundo esse que retrata o entendimento do sentido de número há cada um.

Com o objetivo de desenvolver esses raciocínios, utilizou-se a metodologia de Resolução de Problemas, pois de acordo com Onuchic e Allevato (2011), essa metodologia representa um contexto bastante propício à construção de conhecimentos matemáticos. É a prática comum na sala de aula de Matemática, a via por meio da qual os estudantes irão aprender Matemática, formar o Pensamento Matemático, tornarem-se investigativos, críticos, não só no que compete à sala de aula de matemática, mas à vida. (Onuchic; Morais & Junior, 2011).

De acordo com Perrenoud (2000), desenvolver competências é desafiar o sujeito a mobilizar recursos no contexto de uma situação-problema para tomar decisões favoráveis ao seu objetivo ou às suas metas. Já a BNCC (Brasil, 2018) propõe como competência Matemática para o ensino fundamental o desenvolvimento da capacidade de identificar oportunidades de utilização da Matemática para Resolver Problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações.

Com o objetivo de desenvolver tais competências a escolha e seleção das tarefas Matemáticas se apresentam como importante instrumento no processo de ensino e aprendizado dos estudantes na Matemática (Penalva & Llinares, 2011).

A sequência didática construída nesta investigação é baseada em Ponte (2017), como forte aliada pois possibilita elaborarmos uma sequência de tarefas devidamente dispostas, a fim de contribuir com a construção dos objetivos de aprendizagem previstos em cada etapa.

### **Percurso Metodológico**

A investigação possui uma abordagem qualitativa, que de acordo com Flick (2009), dirige-se à análise de casos concretos em suas peculiaridades locais e temporais, partindo das expressões e atividades das pessoas em seus contextos locais.

Nesta investigação, optou-se pelo estudo de caso, pois de acordo com Ponte (1994), esse é o estudo de uma entidade bem definida, que visa conhecer em profundidade o seu “como” e os seus “porquês”, evidenciando a sua unidade e identidade própria.

De acordo com Nisbett e Watts (apud André, 2005) o desenvolvimento dos estudos de caso seguem, em geral, três fases: A exploratória, neste trabalho refere-se ao estudo do sistema SIENA, a seleção de tarefas e a elaboração das sequências didática. A fase de coleta dos dados, onde foi desenvolvido o experimento; e a fase de análise sistemática dos dados.

### **Cenário de Investigação**

As atividades desenvolvidas na plataforma H5P e no aplicativo JClick estão em consonância com as habilidades descritas no BNCC (BRASIL, 2018), para os sextos anos do Ensino Fundamental - **EF06MA02** - Reconhecer o sistema de numeração decimal e sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero) e **EF06MA03** resolver problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas.

A plataforma H5P é uma estrutura de colaboração de conteúdo gratuita e de código aberto baseada em JavaScript, que visa facilitar a criação, o compartilhamento e a reutilização de conteúdo interativo. O objetivo dessa ferramenta é disponibilizar os recursos necessários para a criação de jogos educacionais que podem ser integrados a qualquer conteúdo. Utilizamos dessa ferramenta para a elaboração de atividades envolvendo os

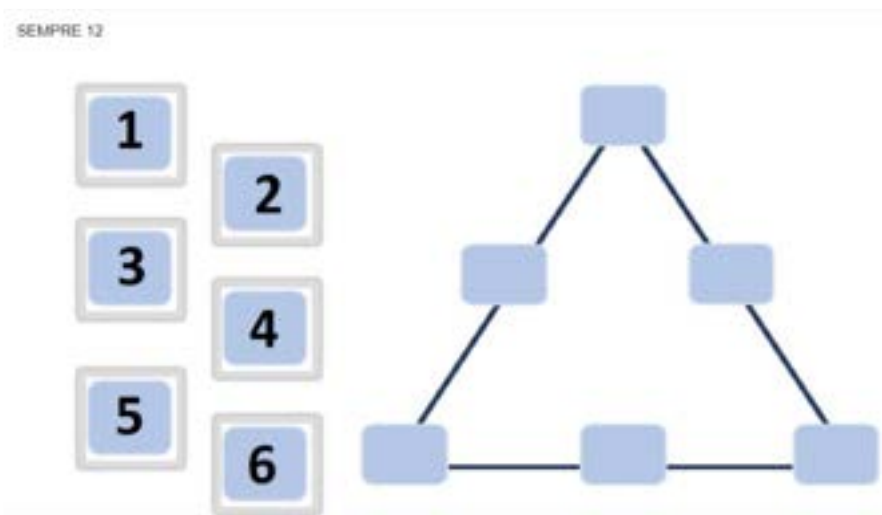
conceitos a serem trabalhados na consolidação do Pensamento Aritmético. As mesmas foram construídas e posteriormente inseridas no SIENA por uma página da Web .

A **Figura 1** ilustra uma atividade desenvolvida com o auxílio da plataforma H5P, em que os alunos devem clicar na resposta correta, para essa atividade ele precisa reconhecer o valor posicional do algarismo.



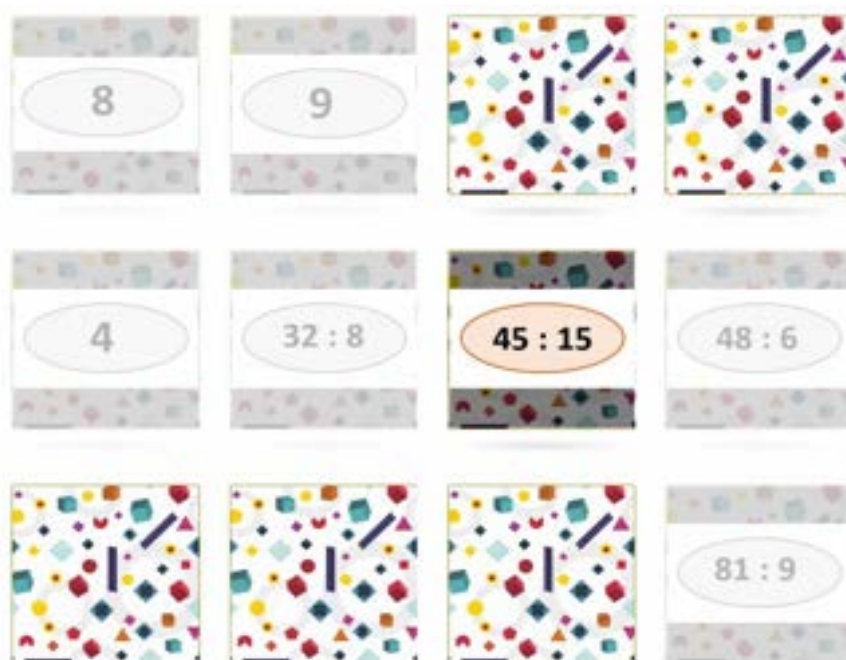
**Figura 1 - Atividade desenvolvida na plataforma H5P**

A **Figura 2** apresenta uma outra atividade desenvolvida na plataforma H5P, onde os alunos precisam organizar os números em cada uma das linhas do triângulo, de forma que a soma de cada uma das linhas seja igual a 12.



**Figura 2 - Atividade desenvolvida na plataforma H5P**

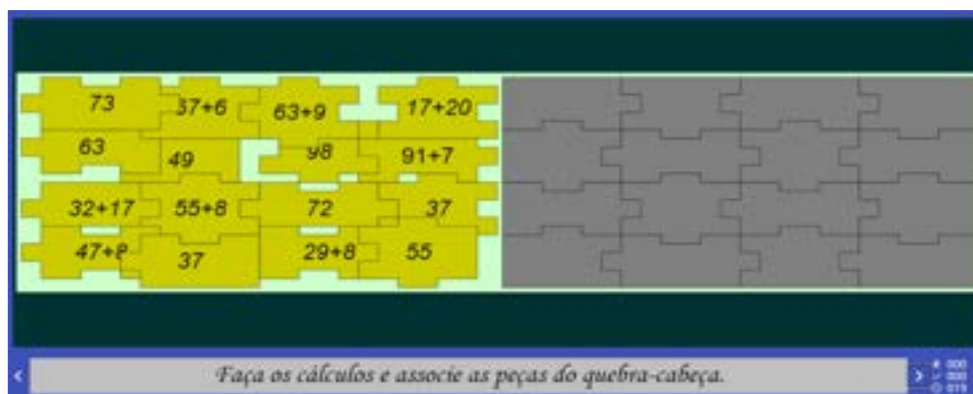
A **Figura 3** apresenta a atividade de memória desenvolvida na plataforma H5P, que busca trabalhar a habilidade do cálculo mental, a retomada do cálculo de divisão envolvendo os números naturais, bem como, a sua operação inversa.



**Figura 3 - Atividade de memória desenvolvida na plataforma H5P**

O outro aplicativo utilizado foi o *JClic*. *Que* é um programa para a criação, realização e avaliação de atividades educativas multimídia, desenvolvido na plataforma Java. As atividades realizadas no aplicativo permitem aos estudantes exercitarem os conceitos abordados no material de estudos, através de diversos tipos de atividades educativas, como associações, caça-palavras, atividades de exploração, quebra-cabeça, entre outros. Nessa investigação foram desenvolvidas atividades neste programa e inseridas no SIENA por meio de uma página da *web*.

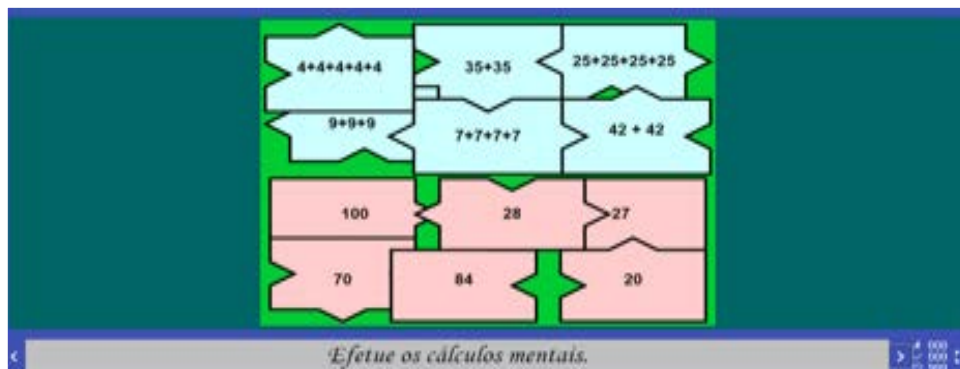
A **Figura 4** mostra uma atividade de quebra-cabeça, desenvolvida no aplicativo Jclic, para o Conceito de Resolução do Algoritmo da Adição de Números Naturais. A proposta incentiva o desenvolvimento do cálculo mental, bem como, a estratégia de decomposição para efetuar o cálculo mental.



**Figura 4 - Quebra-cabeça desenvolvida no aplicativo Jclic**

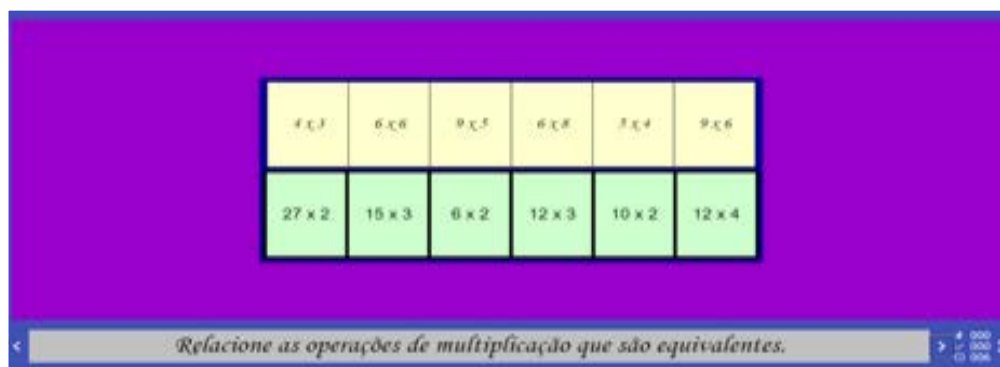


A **Figura 5** mostra uma atividade de associação que trabalha a soma das parcelas iguais e o desenvolvimento do cálculo mental. Essa atividade corresponde ao conceito de de Resolução do Algoritmo da Adição de Números Naturais.



**Figura 5 - Atividade de associação desenvolvida no aplicativo Jclíc**

A **Figura 6** mostra uma atividade de relação entre os resultados das parcelas, o cálculo mental é importante para o desenvolvimento da questão. A atividade corresponde ao conceito de de Resolução do Algoritmo de Multiplicação de Números Naturais.



**Figura 6 - Atividade de multiplicação desenvolvida no aplicativo Jclíc**

### Considerações Finais

Conclui-se que tais atividades e outras desenvolvidas enriquecem o planejamento, motiva os estudantes, que se sentem estimulados a desenvolver o cálculo mental e a estudar os conceitos, até mesmo aqueles que apresentavam dificuldades iniciais no componente curricular de matemática.

## **Referências**

- ANDRÉ, M. E. D. A. (2005). Estudo de caso em pesquisa e avaliação educacional. Brasília: Liberlivro.
- BUYS, K. (2008). Mental Arithmetic. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Children Learn Mathematics: A Learning-Teaching Trajectory with Intermediate Attainment Targets for Calculation with Whole Numbers in Primary School* (pp. 121-146) Netherlands: Sense Publishers. (Obra original publicada em 2001).
- FLICK, U. (2009). Método de pesquisa. Iniciação a pesquisa qualitativa. Porto Alegre: Artmed.
- Gimenez, J. & Linz, R. C. (1997). *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI*. São Paulo: Papirus.
- Ministério de Educação (2018). Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518-versaofinal\\_sit e.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_sit e.pdf). Acesso em 19/04/2019.
- ONUCHIC, L. d. L. R. & ALLEVATO, N. S. G. (2011). *Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas*. Bolema, Rio Claro, v. 25, n. 41, p.73-98, dez.
- ONUCHIC, L. de L. R.; JUNIOR, L. C. L. & PIRONEL, M. (2017). *Perspectivas para Resolução de Problemas*. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- PENALVA, M. C. & LLINARES, S. (2011) *Tareas Matemáticas en la Educación Secundaria*. In: GOÑI, Jesus María (coord) et al. *Didáctica de las Matemáticas*. Colección: Formación del Profesorado. Educación Secundaria. Barcelona: Editora GRAÓ. 12, 27-51.
- PERRENOUD, P. (2000). *Dez Novas Competências para Ensinar*. Porto Alegre: Artmed.
- PONTE, J. P. (1994) O estudo de caso na investigação em educação. *Quadrante*, [S. l.], v. 3, n. 1, p. 3–18. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/index.php/quadrante/article/view/410>
- PONTE, J. P. da. (2017). *Investigações Matemáticas e investigações na prática profissional*. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- SANT'ANA, N. A. dos S. & Laudares, J. B. Pensamento Aritmético e sua importância para o Ensino de Matemática. Disponível em: <http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/PENSAMENTO-ARITM%C3%89TICO-E-SUA-IMPORT%C3%82NCIA-PARA-O-ENSINO-DE-MATEM%C3%81TICA.pdf> Acesso em 19/05/2019.

## **Comunicación Breve**

### **GTD-3-CJ-09**

#### **Uma reflexão sobre a sistematização do conhecimento promovido pelo uso de jogos no ensino da Matemática**

**Ursula Tatiana TIMM**  
**ursula.timm@ulbra.br**

**Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Brasil**

### **Resumo**

Na busca constante por metodologias alternativas, que substituam as famosas “aulas expositivas e dialogadas”, com meras reproduções mecânicas dos conteúdos matemáticos e resolução de exercícios em um solitário monólogo, os professores que ensinam matemática encontram potencialidades na inserção de jogos e desafios em seu planejamento docente. O uso de jogos como recurso didático para o ensino da matemática aumenta a motivação dos estudantes para a aprendizagem, desenvolvendo a organização do pensamento, concentração, atenção, raciocínio lógico-dedutivo e o senso cooperativo, favorecendo a interação do indivíduo com outras pessoas, além de promover retomada, introdução ou aprofundamento de conteúdos matemáticos. O presente texto apresenta uma reflexão sobre a sistematização do conhecimento matemático promovido por intermédio do uso de jogos na educação matemática. Para tanto, discute-se a importância do uso de atividades lúdicas no processo de aprendizagem de estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental, considerando que estes recursos proporcionam o desenvolvimento do raciocínio lógico, do espírito de investigação e de estratégias de cálculo mental, além de favorecer uma maior aproximação entre professor e aluno, possibilitando ao educador identificar os alunos que apresentam dificuldade em relação aos conceitos matemáticos envolvidos no jogo em questão. Finalmente, apresenta dois exemplos de jogos e de atividades com potencial para a sistematização dos objetos de conhecimento matemáticos neles contemplados.

**Palavras-chave:** Ludicidade. Jogos. Ensino da Matemática. Sistematização do conhecimento.

## **Introdução**

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento que determina as competências, as habilidades e as aprendizagens essenciais que devem ser desenvolvidos em cada etapa da educação básica brasileira, aponta, dentre os objetivos da disciplina de Matemática para os Anos Finais do Ensino Fundamental, desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e estratégias de cálculo mental, além do desenvolvimento de habilidades inerentes a essa área específica (BRASIL, 2017).

O raciocínio lógico auxilia os estudantes no entendimento, na compreensão de conceitos básicos e os prepara para o entendimento de conceitos mais avançados. Segundo Martins et al. (2015), verifica-se a necessidade do uso do raciocínio lógico frequentemente em “situações do cotidiano, seja na tomada rápida de decisões, na interpretação de textos, nas formas de expressar-se, como também na resolução de problemas matemáticos” (MARTINS et al., 2015).

Para desenvolver o raciocínio lógico e os conceitos matemáticos de forma integrada, propõe-se, como metodologia de ensino, o uso de jogos matemáticos, com o objetivo de motivar os alunos à aprendizagem, bem como incentivar a criatividade, a diversidade de estratégias de resolução de problemas e a retomada ou aprofundamento de conhecimentos matemáticos. Trabalhando em conjunto, os estudantes conseguem absorver maiores informações e acabam por construir o conhecimento de uma maneira prazerosa, cativante, e não mais, com a seriedade e monotonia da sala de aula, sendo que estarão brincando e de uma forma espontânea, aprendendo (REINHEIMER, TIMM, 2018, p. 251).

Considerando a orientação da BNCC, que indica o uso de jogos de forma integrada às situações que levem à reflexão e a sistematização do conhecimento, para que se inicie um processo de formalização, discute-se, a seguir, a importância de sistematizar, com os estudantes, os conhecimentos matemáticos utilizados na execução do jogo.

### **O uso de jogos como recurso didático no ensino da Matemática**

Na busca constante por metodologias alternativas, que substituam as famosas “aulas expositivas e dialogadas”, com meras reproduções mecânicas dos conteúdos matemáticos e resolução de exercícios em um solitário monólogo, os professores que ensinam matemática encontram potencialidades na inserção de jogos e desafios em seu planejamento docente.

A metodologia de uso de jogos no ensino da Matemática busca proporcionar um ambiente dinâmico e desafiador, propício à tentativa e erro, o que torna possível identificar os alunos que apresentam maior dificuldade.

De acordo com Piaget (1978), “o desenvolvimento mental pode ser estimulado através de jogos e brincadeiras, pois essa ferramenta representa tanto desenvolvimento nas atividades cognitivas quanto nas sociais”. E, segundo Hiratsuka (2004), o jogo é “um processo dinâmico no qual o aluno torna-se o agente dessa construção ao vivenciar situações, estabelecer conexões com o seu conhecimento prévio, perceber sentidos e construir significados” (p. 183).

Inserir os jogos e atividades lúdicas nas aulas de matemática, não é apenas ensinar os alunos a jogar resolver desafios, mas observar a maneira como os alunos jogam, perceber a forma como desenvolvem as atividades propostas e auxiliar os mesmos a construir regras e estratégias que os possibilitem entender os objetivos apresentados por cada atividade.

Portanto, é importante diferenciar os atos de brincar e jogar. Segundo Kishimoto (2003), o brincar supõe uma relação íntima com a criança e uma indeterminação quanto ao uso, ou seja, a ausência de um sistema de regras que organizam sua utilização. O brincar estimula a representação, a expressão de imagens que evocam aspectos da realidade. Já os jogos exigem de modo explícito ou implícito, o desempenho de certas habilidades definidas por uma estrutura preexistente no próprio objeto e suas regras.

Desta forma, devemos utilizá-los não como instrumentos recreativos na aprendizagem, mas como facilitadores, colaborando para trabalhar os bloqueios que os alunos apresentam em relação a alguns conteúdos matemáticos. (Groenwald, Timm; 2000).

Porém, apesar de termos diversos benefícios, para que o jogo alcance o que precisamos é necessário tomar alguns cuidados, como: não tornar o jogo algo obrigatório; selecionar jogos em que o fator sorte não interfira nas jogadas, permitindo que vença aquele que descobrir as melhores estratégias; estabelecer

regras, que podem ou não ser modificadas no decorrer de uma rodada; trabalhar a frustração pela derrota na criança, no sentido de minimizá-la; e, principalmente, estudar o jogo antes de aplicá-lo, analisando o saber que pode ser desenvolvido dele, como abordá-lo e prever algumas reações dos alunos, afim de se preparar para instigá-lo.

Para a inserção de jogos em seu planejamento, o educador deve selecionar aqueles que exijam compreensão, análise, abstração e raciocínio estratégico por parte do jogador. Assim, o aluno estará construindo competências em um momento de diversão.

E, para que o professor possa desenvolver atividades com jogos, deve estudá-los previamente, o que, para Borin (1996, p.13), “só é possível jogando”. Segundo a autora, é através da exploração e da análise de suas jogadas e da reflexão sobre os seus erros e acertos, que o professor terá noção das dificuldades que os alunos irão encontrar durante a partida de determinado jogo e terá, assim, condições de colocar questões que irão auxiliar os alunos (BORIN, 1996).

Sendo assim, é imprescindível que, durante ou após a prática do jogo, o professor promova momentos de diálogo e reflexão considerando as possibilidades e a escolha de cada jogada, fazendo a antecipação do que pode ocorrer no jogo. A esses momentos chamamos atividades de sistematização, que tem por objetivo auxiliar o aluno na estruturação do conhecimento, estabelecendo conhecimentos, habilidades e competências que devem ser adquiridos pelos alunos.

Apresenta-se a seguir, as regras de dois jogos matemáticos e exemplos de atividades para a sistematização dos conteúdos contemplados em cada um.

O primeiro, é o jogo Contig B, adaptação do jogo Contig 60, desenvolvido pelo norte-americano John del Regato.

Neste jogo, sugerido para alunos de 4º, 5º e 6º anos do Ensino Fundamental, são utilizadas as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) com os números naturais.

O material necessário para uma partida são: tabuleiro (Figura 1), doze marcadores coloridos de cada cor (uma para cada jogador) e três dados.

Podem participar até 5 jogadores, que decidem, entre eles, quem inicia o jogo. Em cada jogada, o jogador deve lançar os três dados e construir uma sentença numérica usando uma ou duas operações diferentes com os números obtidos nos dados. Por exemplo, com os números 2, 3 e 4, podemos construir a expressão  $(2+3) \times 4 = 20$ . O jogador, neste caso, cobrirá o espaço marcado com o numeral 20, usando um marcador de sua cor.

Se um jogador construir uma sentença errada, o adversário pode acusar o erro, ganhando com isso, o direito de colocar sua peça na resposta correta da expressão. Já, se um jogador passar sua jogada, por acreditar que não é possível fazer uma sentença numérica com aqueles valores dos dados e, se o próximo jogador achar que é possível fazer uma sentença com os dados jogados pelo colega, ele pode fazê-la, antes de fazer sua própria jogada.

O jogo termina quando um jogador conseguir colocar três marcadores da mesma cor, em linha reta, sem nenhum marcador do adversário intervindo. Essa linha poderá ser horizontal, vertical ou diagonal. O jogo também é dado por terminado quando acabarem os marcadores dos jogadores. Nesse caso, nenhum jogador terá vencido a partida.

**Figura 1 – Tabuleiro do Jogo Contig60**

**Jogo Contig 60**

0	1	2	3	4	5	6	7
27	28	29	30	31	32	33	8
26	54	55	60	64	66	34	9
25	50	120	125	144	72	35	10
24	48	108	180	150	75	36	11
23	45	100	96	90	80	37	12
22	44	42	41	40	39	38	13
21	20	19	18	17	16	15	14

**Fonte: acervo da autora**

Após a prática do jogo, é importante que o professor sistematize o conhecimento matemático aplicado em suas partidas, proporcionando um momento de discussão orientada por meio de atividades semelhantes às apresentadas na Figura 2.

**Figura 2 – Exemplo de atividades de sistematização para jogo ContigB**

Considerando as regras do jogo Contig B e analisando a situação apresentada no tabuleiro, responda:

**Jogo Contig 60**

0	1	2	3	4	5	6	7
27	28	29	30	31	32	33	8
26	54	55	60	64	66	34	9
25	50	120	125	144	72	35	10
24	48	108	180	150	75	36	11
23	45	100	96	90	80	37	12
22	44	42	41	40	39	38	13
21	20	19	18	17	16	15	14

1) Em sua próxima jogada, ao lançar os dados, o jogador "vermelho" obteve: 4, 2 e 6. O jogador conseguirá vencer nesta jogada? Por quê?

2) Em sua próxima jogada, ao lançar os dados, o jogador "azul" obteve: 1, 3 e 5. O jogador conseguirá vencer nesta jogada? Por quê?

3) E se o jogador "azul" tivesse obtido, nos dados, os valores: 2, 3 e 6. O jogador conseguirá vencer nesta jogada? Por quê?

**Fonte: acervo das autoras**

Outra sugestão é o jogo Escova do Zero também conhecido como Soma Zero, cujo objetivo somar números inteiros de forma que sua soma seja zero. Sugerimos o uso deste jogo para introduzir a operação de adição de números inteiros.

Para a prática deste jogo, utiliza-se um baralho com 40 cartas, sendo 20 com números negativos e 20, com números positivos (de 1 a 20). Os alunos podem ser organizados em duplas ou em grupos com até quatro integrantes.

Inicia-se a partida distribuindo três cartas para cada jogador e quatro cartas ficam na mesa, com a face voltada para cima. Cada jogador, em sua vez, deve utilizar uma carta de sua mão, com uma ou mais cartas da mesa, de forma que, somados os seus valores, resulte em zero. As cartas utilizadas nesta operação devem ficar sob os cuidados desse jogador, formando um monte. Caso o jogador não consiga somar zero com as cartas de sua mão, deve largar uma de suas cartas para compor a mesa. Ao terminarem as cartas de todos os jogadores, distribuem-se mais três cartas para cada um. E segue da mesma forma até que as cartas do baralho terminem. E, quando acabarem as cartas do baralho, as cartas restantes da mesa são entregues para o último jogador que conseguiu juntar cartas com soma zero. Vence o jogador que tiver o maior número de cartas.

Como atividade de sistematização sugere-se apresentar algumas possibilidades de cartas em jogo (na mão de um jogador e na mesa) e questionar quais são as possíveis jogadas, como apresenta o exemplo da figura 3.

**Figura 3 – Exemplo de distribuição de cartas no jogo Escova do Zero**



**Fonte: acervo da autora**

O raciocínio lógico está presente na escolha das jogadas de cada um dos jogos apresentados. Tais escolhas que devem ser baseadas na análise das jogadas anteriores e na previsão de jogadas futuras. Portanto, podemos classificá-los como jogos de estratégia.

Cabe ao professor elaborar atividades de sistematização que contemplem dúvidas apresentadas pelos estudantes quando da prática de cada jogo, que podem ser aplicadas na forma de questionamento (diálogo), durante a execução do jogo, ou após a sua prática, na forma de exercícios, que podem ser resolvidos individualmente ou em grupo e discutidos, posteriormente, no grande grupo.

### **Considerações Finais**

Considera-se a ludicidade uma alternativa metodológica com potencialidade para o ensino e aprendizagem da Matemática, visto que, de forma lúdica, com atividades diferenciadas e atrativas, os alunos alcançam maiores resultados, pois de forma descontraída conseguem adquirir conceitos, eliminar bloqueios e de forma gradativa construir o seu conhecimento.

É importante que o professor selecione jogos em que o fator sorte não interfira nas jogadas e que exijam compreensão, análise, abstração e raciocínio estratégico por parte do jogador, de forma que o aluno construa competências em um momento de diversão.

Para a sistematização do conhecimento, sugere-se que o professor promova, durante ou após a prática do jogo, momentos de diálogo e reflexão considerando as possibilidades e a escolha de cada jogada, fazendo a antecipação do que pode ocorrer no jogo.

### **Referências**

Borin, J. (1996). *Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de Matemática*. São Paulo: IME-USP, 2ª ed.

BRASIL (2017). *Base Nacional Comum Curricular: Ensino Fundamental*. Brasil: MEC.

Groenwald, C. L. O.; Timm, U. T. (2000). *Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula*. Educação Matemática em Revista, SBEM-RS.

Hiratsuka, P. I. (2004). *A mudança da prática do professor e a construção do conhecimento matemático*. Disponível em: <http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2004/artigos/eixo3/amudancadapraticadoprofessor.pdf>.

Kishimoto, T. (2003). *Jogo, brinquedo, brincadeira e educação*. São Paulo: Cortez.

Martins, F. C. et al. (2015). *A importância de trabalhar o raciocínio lógico nas aulas de matemática*. In: Anais do II Congresso Nacional de Educação. Campina Grande, PB.

Piaget, J. *O nascimento da inteligência na criança*. 3.ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.

Reinheimer, B. M.; Timm, U. T. (2018). *Desenvolvendo conceitos matemáticos na educação infantil por meio da ludicidade*. In: Anais Escola de Inverno de Educação Matemática, XIII Encontro Gaúcho de Educação Matemática e 4º Encontro Nacional PIBID Matemática. V. 4, N.5. Santa Maria, RS: SBEM-RS.



## Comunicación Breve

### GTD-3-CJ-10

#### **A Formulação e Resolução de Problemas na Matemática a partir da Análise de Imagens nos anos finais do Ensino Fundamental**

**Fabiane FISCHER FIGUEIREDO**  
**fabianefischerfigueiredo@gmail.com**

**Escola Estadual do RS, Brasil**

#### Resumo

Neste artigo apresentamos o recorte dos resultados de uma investigação, em que os alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental produziram e resolveram problemas, a partir da análise de imagens que foram produzidas e fornecidas pela professora de Matemática. O objetivo almejado era que escolhessem uma das imagens e a analisassem, para produzir os enunciados de problemas e os resolvessem, empregando os conhecimentos de Quatro Operações, Expressões Numéricas e Valores Monetários. A proposta ocorreu no período de isolamento social, ocasionado pela pandemia do Covid-19, e os alunos foram orientados por escrito, já que a maioria obteve as folhas com as atividades, na forma impressa, devido que residiam na zona rural e não tinham o acesso ao sinal de *Internet* ou esse era limitado. Alguns deles conseguiram entrar em contato pelo aplicativo *WhatsApp* com a professora, mas para sanar as dúvidas, visto que foi uma atividade diferenciada em Matemática. Mesmo assim, compreendemos que a maior parte atingiu o objetivo pretendido, depois escreveu os registros solicitados, com êxito, e houve aqueles que tomaram decisões e personificaram o enunciado, demonstrando indícios que formularam uma história a partir das imagens, o que contribuiu para que revisassem os conhecimentos matemáticos, ao organizá-los e utilizá-los tanto nos enunciados como nas soluções.

**Palavras-chave:** Formulação e resolução de problemas. Criatividade. Anos Finais do Ensino Fundamental. Matemática.

## **Introdução**

A formulação e resolução de problemas, com ou sem o uso de tecnologias digitais é uma metodologia que, no processo de ensino e aprendizagem, pode contribuir para a produção de conhecimentos matemáticos, associando-os a outros conhecimentos e promover o desenvolvimento de habilidades. Para isso, as atividades podem ser produzidas pelo professor, de acordo com os interesses e as necessidades educacionais, de modo que, enquanto o aluno elabora o enunciado dos problemas, empregando os seus conhecimentos prévios e utilizando a linguagem matemática, ele se utiliza da leitura e interpretação e da linguagem escrita e/ou oral, para registrá-lo, expressando, assim, suas concepções, decisões tomadas, estratégias, conhecimentos e sua criatividade e reflexão sobre as situações que são vivenciadas no cotidiano.

Dessa forma, o professor precisa ser atuante, desde o planejamento pedagógico, ao produzir as atividades para a formulação e resolução de problemas, até o momento das orientações, em grupo ou individualmente, no decorrer das práticas, para os objetivos sejam atingidos. Portanto, apresentamos, neste trabalho, o recorte dos resultados de uma investigação, que faz parte das discussões e reflexões do Grupo de Estudos Curriculares em Educação Matemática (GECEM), no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) e da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), em Canoas, estado do Rio Grande do Sul (RS), Brasil (BR), em 2020. Nessa, pretendíamos, entre as atividades, proporcionar, a alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental, a escolha e análise de imagens, para a produção de enunciados de problemas e a resolução dos mesmos, empregando os conhecimentos de Quatro Operações, Expressões Numéricas e Valores Monetários.

Conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), nos Anos Finais do Ensino Fundamental, devem ser proporcionados meios para que os alunos desenvolvam habilidades. Entre elas, destacamos a formulação e resolução de problemas, visto que é esperado “[...] que os alunos formulem novos problemas, baseando-se na reflexão e no questionamento sobre o que ocorreria se alguma condição fosse modificada ou se algum dado fosse acrescentado ou retirado do problema proposto” (Brasil, 2018, p. 299). Ainda, segundo o documento, são necessários a promoção de contextos significativos, que favoreçam a resolução de problemas, como a atividade privilegiada para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, por ser uma estratégia, capaz de ocasionar o desenvolvimento das competências de representação, raciocínio, comunicação e argumentação.

Para Chica (2001, p. 151), a formulação de problemas “[...] é uma forma de levá-los a escrever e perceber o que é importante na elaboração e na resolução de uma dada situação; que relação há entre os dados apresentados, a pergunta a ser respondida e a resposta; como articular o texto, os dados e a operação a ser usada”. Os alunos podem ser desafiados a demonstrarem as capacidades inventivas e questionadoras, ao ler e interpretar, levantar hipóteses, comunicar ideias, estabelecer relações, utilizar conceitos, expressar-se escrita e oralmente, entre outras. Para isso, a autora sugere que o professor planeje, previamente, as suas práticas pedagógicas e organize a sala de aula, de modo que o fazer matemático, ou seja, as noções, os procedimentos e as atitudes em relação a Matemática possam ser evidenciadas, bem como para que possa ocorrer a tomada de decisões, a troca de ideias entre os sujeitos envolvidos e a execução de ações no processo de criação dos problemas, que contribuam para o ensino e a aprendizagem.

Como sugestões, Chica (2001) propõe que, a partir de um problema dado, ocorra: a formulação de um questionamento, que direcione o processo de resolução; a produção de um outro problema, mas que seja semelhante ao proposto; e dar uma continuidade ao mesmo. Outras possibilidades seriam: elaborar uma pergunta a partir de uma figura dada e formular um problema a partir de um questionamento ou de uma palavra ou de uma resposta dada ou de uma operação ou de um texto.

Dante (2009, p. 18) também reitera que a formulação de problemas no ensino da Matemática pode “[...] valorizar os pensamentos e questionamentos dos alunos por meio da expressão de ideias”. A necessidade de preparar os alunos para a vida contemporânea exige a proposta de formulação e resolução de problemas, pois é um meio para o uso e aprimoramento de conhecimentos prévios, a comunicação, a expressão de estratégias diante de questões e o estabelecimento da “[...] relação entre suas noções informais ou intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da Matemática” (Dante, 2009, p. 18).

A formulação e resolução de problemas, pode, tal como salienta Gontijo (2006, p. 240), estimular a criatividade articulada à atividade matemática, mas, como professores,

[...] devemos estar atentos às experiências que os estudantes já vivenciaram, buscando identificar fatores que provocaram estímulos positivos e negativos em relação à

Matemática e como estes agem na construção de uma representação positiva da mesma. Devemos investigar o currículo a fim de examinarmos se sua estruturação faz um apelo à criatividade matemática e se sua forma de organização privilegia os processos criativos ou os de memorização.

Em conformidade com o exposto, a atividade apresentada a seguir, foi planejada previamente pela professora de Matemática, que levou em consideração o currículo adaptado da Escola em que lecionava, sendo, que precisou ser adequado às necessidades educacionais de 2020, do modelo híbrido de ensino, devido ao período da pandemia, do Covid-2019, assim como às orientações mencionadas na BNCC (Brasil, 2018) e à realidade socioeconômica dos alunos, que, na sua maioria, puderam receber as folhas das atividades das disciplinas escolares, na forma impressa, porque não tinham o acesso ao sinal de *Internet* ou era precário. Houve aqueles que entraram em contato pelo aplicativo *WhatsApp* para sanar as dúvidas, visto que foi uma atividade diferenciada em Matemática, mas, mesmo assim, foi limitado, pelos motivos expostos. A atividade de formulação e resolução de problemas foi proposta a alunos de duas turmas, uma de 6º e outra de 7º ano do Ensino Fundamental, de uma escola de zona rural do município de Rio Pardo-RS-BR, em que a professora produziu com o uso de recursos tecnológicos as imagens que poderiam propiciá-la.

### **O relato e a discussão dos dados**

Para atingir o objetivo, foi planejada a prática pedagógica, prevendo que a maioria dos alunos não poderia pesquisar e utilizar os recursos disponíveis na *Internet*, tanto para elaborar e solucionar os problemas como entrar em contato para sanar as dúvidas com a professora, caso houvessem. Também, optamos por produzir duas imagens (para o aluno escolher), apresentando diálogos incompletos entre os personagens e que tratassem de situações que instigassem, por meio da formulação e resolução de problemas, o uso de conhecimentos relativos à resolução das Quatro Operações, Expressões Numéricas e aos Valores Monetários. A pretensão era que alunos dessem continuidade e escrevessem uma ou mais questões, que, ao ser (em) respondida (s), os ajudassem a solucionar a situação escolhida (Chica, 2001).

Nesse intuito, escolhemos o recurso tecnológico digital que permitiria a produção das imagens. Ao pesquisar na *Internet*, optamos pelo uso da versão gratuita do *StoryboardThat* (<https://www.storyboardthat.com/pt/criador-de-quadrinhos>), que possibilita a criação de Quadrinhos *on-line*, que estão disponibilizados na conta de usuário e podem ser compartilhados em redes sociais. Para que não aparecesse o logotipo da empresa, na versão “demo”, nele só foram produzidas as imagens e essas foram copiadas e recortadas com o uso do recurso *Paint*, do pacote da *Microsoft Windows*.

Como tema de relevância social a ser abordado através das imagens, escolhemos o Tema Contemporâneo Transversal (TCT) “Economia (Educação Financeira)”, pois, além de proporcionar o estudo do contexto e da contemporaneidade, “[...] têm a condição de explicitar a ligação entre os diferentes componentes curriculares de forma integrada, bem como de fazer sua conexão com situações vivenciadas pelos estudantes em suas realidades [...]”, bem como desenvolver as competências específicas de Matemática, da BNCC (Brasil, 2019, p. 6).

Na Figura 1 podem ser visualizadas as imagens produzidas e o modo como foram propostas aos alunos do 6º e 7º Anos do Ensino Fundamental.

Leia os diálogos e escolha apenas uma Imagem, para inventar e resolver um problema:



IMAGEM 1

IMAGEM 2

Agora, faça o que se pede:

- Número da imagem escolhida: \_\_\_\_\_
- Escreva a história do problema, de acordo com a imagem que escolheu, apresentando os nomes para os personagens, o local onde estão, que atividades estão executando, o que estão vendendo ou comprando e o(s) valor(es) em reais, e utilizando, também, as operações matemáticas:
- Elabore uma ou mais perguntas, que serão respondidas por você, após resolver o problema:
- Resolva o problema, escrevendo e efetuando os cálculos e/ou fazendo ilustrações:
- Responda a(s) pergunta(s) que elaborou:

**Figura 1: Atividade proposta aos alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental**

Além disso, foram propostas duas questões, com a intencionalidade de que refletissem sobre a atividade realizada e se obtivesse informações quanto à apreciação ou não da mesma (Figura 2).

**Após, responda:**

- Qual a sua opinião sobre a atividade que realizou?
- A atividade foi semelhante ou igual as que você já realizou nas aulas de Matemática? Por quê?

**Figura 2: Questões para reflexão sobre a atividade**

A atividade foi proposta no mês de julho de 2020, juntamente com as outras atividades da disciplina de Matemática, e os registros foram entregues pelos alunos no início do mês de agosto, no ambiente escolar.

O 6º ano do Ensino Fundamental possuía 25 alunos. Desses, 17 entregaram as atividades de Matemática, mas dois não fizeram a atividade e nove realizaram parcialmente, porque não responderam as Questões para reflexão sobre a mesma. No que se refere a escolha das imagens, nove escolheram a Imagem 1 e seis a Imagem 2 do 6º ano. Apenas um aluno não nomeou o(a) personagem principal, que era o(a) que fazia o pedido de lanches.

O 7º ano, que possuía 23 alunos e 19 entregaram as atividades de Matemática na data marcada. Do total entregue, quatro não fizeram e cinco realizaram parcialmente, também, pelo motivo que não responderam as questões para reflexão. Das atividades que entregaram, notamos que oito optaram pela Imagem 1 e sete pela Imagem 2.

Nos enunciados elaborados pelas duas turmas, o que totalizou 30, constatamos que todos os alunos determinaram os produtos e seus respectivos preços, em reais, independente da imagem escolhida, que eram necessários para solucionar a questão-problema.

Os conhecimentos matemáticos utilizados pelos alunos nas histórias que inventaram e nas resoluções foram uma ou duas operações de Adição, Subtração e/ou Multiplicação de Números Racionais Decimais e a representação de Valores Monetários. Todos produziram pelo menos uma questão, que abordou situações de compra e venda de produtos alimentícios, consoantes com o que as imagens, e essa foi respondida por eles, que, também, apresentaram os cálculos que realizaram para respondê-la.

Entre os enunciados, verificamos que sete alunos desenharam os personagens e seus diálogos, segundo a sua interpretação, como pode ser constatado no exemplo apresentado na Figura 3. Após, escreveram mesmo assim, uma ou duas questões-problemas, apresentando os cálculos e soluções, o que se aproxima do que aponta a

BNCC, pois a atividade se constituiu como um contexto significativo para a resolução de problemas, de maneira que ocorreu o processo de ensino e aprendizagem da Matemática e ocasionou o desenvolvimento das capacidades de representar, raciocinar e comunicar (Brasil, 2018). Ademais, reconhecemos que a atividade estimulou positivamente os alunos, para que a criatividade se apresentasse concomitante com a Matemática (Gontijo, 2006).



Figura 3: Diálogo elaborado por um dos alunos do 6º ano

Dois deles, um do 6º e outro do 7º ano, decidiram escrever um pequeno texto narrativo e, em seguida, construíram uma tabela com os produtos e preços e escreveram duas questões-problemas. Na Figura 4 pode ser observado os registros do aluno do 7º ano, em que é possível depreender que atingiu o objetivo, uma vez que o texto, a tabela, as questões, as resoluções e as respostas estão correlacionadas.

*Amigões 1*  
 Ana foi a encontro de Gabriel e Pedro: - Quero uma bebida e um bolacha.  
 Gabriel respondeu:  
 - Só se for o seu pedido?  
 Que mais você quer? Não faz mais alguma coisa?  
 - Sim, respondeu Ana.  
 Vou esperar duas amigas, para luncharem comigo.

Quantos ela gastou? R\$ 5,00

tipo	valor	
doce	R\$ 2,00	
torrada	R\$ 5,00	
pão	R\$ 1,00	
bolacha	R\$ 2,50	
docinho	R\$ 4,00	
lombom	R\$ 0,10	
rapadura	R\$ 2,00	
resignante (chá)	R\$ 1,50	

2) As amigas de Ana pediram uma xícara de café e duas torradas, cada uma, qual o valor total a ser pago? R\$ 15,00

5,00	2,50	10,00
2	2	4,00
		14,00

Figura 4: Registros da formulação e resolução de problemas de um dos alunos do 7º ano

Nas duas questões para reflexão sobre a atividade, os alunos que as responderam declararam que essa foi diferente das que geralmente realizavam nas aulas de Matemática, embora a consideraram de nível difícil de realização.

## **Considerações Finais**

A produção de atividades para a formulação e resolução de problemas, pelo próprio do professor dos alunos e de acordo com as necessidades educacionais, pode ser um meio para o processo de ensino e aprendizagem diferenciado e enriquecedor, de modo que, tal como ressalta Dante (2009), valorize os pensamentos, as ideias e estratégias, relacione as noções informais ou intuitivas com a linguagem abstrata e de caráter simbólico da Matemática e prepare para a vida contemporânea.

De acordo com os resultados obtidos com a investigação, afirmamos a proposta de atividades para a formulação e resolução de problemas, no 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, é uma metodologia que pode aprimorar ou revisar os conhecimentos matemáticos, além de ser uma habilidade importante para o desenvolvimento dos alunos. Apesar das dificuldades enfrentadas no ensino, como as relatadas, entendemos que a formulação e resolução de problemas na Matemática a partir da análise de imagens pode vir ao encontro dos interesses dos alunos e das necessidades educacionais, não apenas relativos à aprendizagem da Matemática, mas de adaptação curricular e da realidade escolar e dos alunos, bem como oportuniza a abordagem de temas que são relevantes socialmente (TCT), que instiguem a realização de atividades, utilizando os conhecimentos prévios e a linguagem matemática associada a linguagem escrita, de uma maneira inovadora e criativa.

## **Referências Bibliográficas**

Brasil. (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base. Educação Básica*. Brasília: MEC.

(2019).. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*. Proposta de Práticas de Implementação. Brasília: MEC.

Chica, C. H. (2001). Por que formular problemas? In Smole, K. S.; Diniz, M. I. (org.). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática* (151-174). Porto Alegre: Artmed.

Dante, L. R. (2009). A natureza da formulação e da resolução de problemas. In \_\_\_\_\_. *Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática* (11-17). São Paulo: Ática.

Gontijo, C. H. (2006). Estratégias para o desenvolvimento da Criatividade em Matemática. *Linhas Críticas*, Brasília, 12(23), 229-244.

**Comunicación Breve**  
**GTD-4-EE-01**

**Análisis de Idoneidad Didáctica para la formación estadística en Psicología**  
**Un estudio de caso**

**Juan Eduardo ÁLVAREZ ESQUEDA**  
**juedales@gmail.com**

**Daniel EUDAVE MUÑOZ**  
**deudave@correo.uaa.mx**

**Universidad Autónoma de Aguascalientes, México**

**Resumen**

Actualmente existe una gran preocupación en las Instituciones de Educación Superior (IES) por lograr que todos los estudiantes comprendan los conceptos estadísticos necesarios para su adecuado ejercicio profesional. Esto ha llevado a que en la mayoría de los programas de pregrado se ofrezcan cursos de estadística. Sin embargo, la presencia de cursos no asegura que existan las condiciones para el desarrollo de una adecuada comprensión estadística, por lo que es necesario buscar la forma de que se favorezca una didáctica efectiva de la estadística. A partir de esta necesidad surge el presente trabajo, el cual tiene como objetivo realizar un análisis de la Idoneidad Didáctica del plan de estudios y los programas de la asignatura de estadística, de la licenciatura en psicología, ofrecidos por una universidad pública en México. Se retoma el Enfoque Ontosemiótico, a partir del cual se realiza el análisis en 4 etapas: 1) Reconocer la estructura curricular; 2) Identificar los contenidos explícitamente relacionados con la estadística 3) Identificar los contenidos implícitamente relacionados con la estadística; 4) Realizar un análisis de idoneidad didáctica. Los resultados muestran que el plan de estudios y los programas cuentan con condiciones para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística. Sin embargo, falta una mayor contextualización de los contenidos y procedimientos estadísticos en situaciones y tareas propias de la psicología.

**Palabras clave:** Idoneidad Didáctica. Análisis Curricular. Educación Estadística. Licenciatura en Psicología.

## **Introducción**

La estadística ocupa un papel muy importante en el desarrollo de la sociedad actual, lo que demanda que todas las personas tengan los conocimientos que les permitan entender la información estadística puesta a su alcance, principalmente en los medios de comunicación y el Internet. Esta necesidad ha propiciado en las últimas décadas un gran esfuerzo por generar en la sociedad una *cultura estadística*, esto es, que las personas tengan dos capacidades básicas: a) la capacidad de interpretar y evaluar críticamente la información estadística; b) la capacidad de discutir y comunicar las opiniones respecto a la información estadística (Gal, 2002). Esto ha llevado a la introducción de temas relacionados con la estadística en todos los niveles educativos de muchos países (Batanero, 2002).

Es importante que todas las personas desarrollen la cultura estadística, pero cuando se trata de estudiantes de licenciatura, es necesario ir más allá, pues las propias demandas profesionales requieren de un mayor uso de la estadística (Eudave, 2019). Por ello es conveniente buscar que los profesionistas, incluyendo los psicólogos, desarrollen un *razonamiento y sentido estadístico*. Para favorecer este razonamiento y sentido estadístico es importante considerar el contexto propio del estudiante en el proceso de enseñanza de la estadística (Batanero, 2013), que, en el caso de la educación superior, corresponde al campo disciplinar y laboral de cada programa educativo.

En el caso de la psicología, la estadística tiene un papel de especial importancia pues mediante ella se puede alcanzar un carácter científico, por lo que incluso algunos autores consideran a la psicología como una *ciencia estadística* (Navarro y Foxcroft, 2019). Por lo que es importante que todos los psicólogos desarrollen un razonamiento y sentido estadístico, pues mucha de la información que manejan es estadística. Sin embargo, a pesar de la gran importancia que tiene la estadística para los psicólogos, la literatura muestra que los estudiantes no siempre la comprenden adecuadamente, incluso después de haber llevado un curso de estadística (Carpenter y Kirk, 2017)

El presente texto tiene como objetivo realizar un análisis de la Idoneidad Didáctica (Godino, 2013) del plan de estudios y los programas de asignatura de la licenciatura en psicología, ofrecidos por una universidad pública en México. La ponencia se divide en cuatro apartados. El primero aborda las nociones teóricas correspondientes al enfoque ontosemiótico, haciendo especial énfasis en las nociones de significado personal e institucional, así como la idoneidad didáctica. El segundo apartado corresponde al método que se siguió para realizar el análisis curricular, adecuado a la noción de idoneidad didáctica. El tercer apartado corresponde a los resultados obtenidos en cada una de las fases del análisis. Por último, se presentan las conclusiones generadas a partir de los resultados.

### **Enfoque Ontosemiótico**

El *enfoque ontosemiótico* busca articular diferentes posturas sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, para lograr una visión global sobre la matemática, su enseñanza y su aprendizaje (Godino, 2013). Este enfoque se centra en la naturaleza de los objetos matemáticos y el significado de estos. Para el presente trabajo se retoman principalmente tres nociones de este enfoque: a) objeto y significado institucional; b) objeto y significado personal; c) idoneidad didáctica.

Antes de abordar estas nociones, es importante definir lo que es una *institución matemática* y un *objeto matemático* en este enfoque. Una *institución matemática* es aquel grupo de personas que están comprometidas con ciertas situaciones en común y su resolución. Por otro lado, un *objeto matemático* es el emergente de un sistema de *praxemas*, los cuales son objetos materiales ligados a un sistema de prácticas (Godino y Batanero, 1994).

Partiendo de lo anterior, se entiende por *objeto institucional* al emergente de un sistema de prácticas efectuadas dentro de una institución. Y por *objeto personal*, al emergente de un sistema de prácticas hechas por una persona que pertenece a una institución. Mientras que el *significado institucional* es el sistema de prácticas institucionales asociadas a las situaciones de donde emergen los objetos institucionales en un momento determinado. Por otro lado, el *significado personal* es el sistema de prácticas efectuadas por un sujeto frente a las situaciones de donde surgen los problemas. Tanto el objeto como el significado personal se desarrollan a partir del objeto y significado institucional de la institución a la que pertenece la persona (Godino y Batanero, 1994).



Para conocer como es la comprensión que tiene una persona sobre un concepto estadístico (*significado personal*), es importante tomar como marco de referencia la forma en que se entiende tal concepto estadístico dentro de la institución donde se inserta la persona (*significado institucional*). Se entiende por comprensión al acoplamiento entre el significado institucional y el significado personal. Tomar como marco de referencia el significado institucional permite ver si una persona comprende el objeto estadístico o si hay algún error en esta comprensión, ya sea debida a la dificultad propia de la tarea o por un obstáculo de la persona. Además, es importante asegurar que se cuente con las condiciones adecuadas para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística.

Una forma para poder asegurar la existencia de estas condiciones adecuadas es mediante los indicadores de *idoneidad didáctica* propuestos por Godino (2013), los cuales son una “herramienta que permite el paso de una didáctica descriptiva – explicativa a una didáctica normativa, esto es, una didáctica que se orienta hacia la intervención efectiva” (p. 5).

Esta *idoneidad didáctica* está compuesta por seis facetas interrelacionadas que se ponen en juego en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Godino, 2013): a) *idoneidad epistémica*, entendida como el “grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia” (p. 5); b) *idoneidad cognitiva*, que es el grado en que los significados pretendidos están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos y su acoplamiento con los significados personales logrados; c) *idoneidad afectiva*, que es el grado en que el alumno es implicado en el proceso de estudio; d) *idoneidad interaccional*, que es “el grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado, favorecen la autonomía en el aprendizaje y el desarrollo de competencias comunicativas” (p. 11); e) *idoneidad mediacional*, que se refiere a los recursos materiales y temporales, su disponibilidad y adecuación para el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje; f) *idoneidad ecológica*, que es el “grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla” (p. 6).

Es importante mencionar que, aunque estas facetas, sus componentes y sus respectivos indicadores se hacen presentes en todo el proceso de enseñanza-aprendizaje, no todos pueden ser observados en todos los momentos, pues algunos corresponden específicamente a lo que sucede dentro de una clase de estadística, otros pertenecen a las condiciones materiales que se disponen para la clase, otros a las disposiciones afectivas y cognitivas de los estudiantes. A continuación, se mencionan los componentes de cada faceta que guardan relación directa con el plan de estudios y los programas de las materias, los cuales contemplan algunos indicadores para identificar si se cumplen o no con ese componente y con la idoneidad de la faceta a la que pertenecen (los que se seleccionaron a partir de la propuesta de Godino, 2013): a) *idoneidad epistémica*, contempla las situaciones-problema, lenguajes, reglas, argumentos, y relaciones; b) *idoneidad cognitiva*, contempla los conocimientos previos, adaptaciones curriculares, y al aprendizaje; c) *idoneidad afectiva*, contempla los intereses y necesidades; d) *idoneidad interaccional*, contempla la autonomía, y la evaluación formativa; e) *idoneidad mediacional*, contempla a los recursos materiales y al tiempo; f) *idoneidad ecológica*, contempla la adaptación al currículo, apertura hacia la innovación didáctica, adaptación socio-profesional y cultural, y las conexiones intra e interdisciplinarias.

## **Método**

Para la investigación aquí reportada, se consideró como caso la licenciatura en psicología, ofrecida por una universidad pública mexicana. De manera particular, se realizó un análisis documental de los textos que expresan el perfil y propósitos formativos en esta licenciatura a saber: el plan de estudios y los programas de las asignaturas de estadística y de asignaturas relacionadas con la estadística (UAA, 2014, 2018, 2019, 2019a, 2019b, 2019c, 2020).

Para llevar a cabo este análisis, se consideran los criterios propuestos por Lahanier-Reuter (2012) para reconocer la definición institucional de la estadística como disciplina escolar: explorar la organización de los contenidos; identificar las finalidades y objetivos de la enseñanza; identificar los referentes científicos de dichos contenidos; reconocer los dispositivos, tareas y ejercicios de donde se extraen los principios genéricos. Estos principios se adaptaron considerando los indicadores de idoneidad didáctica propuesta por Godino (2013), para quedar finalmente definidos en cuatro etapas de análisis: 1) Reconocer la estructura curricular,

identificar los semestres, total de asignaturas y tipo de actividades formativas; 2) Identificar los objetivos y contenidos explícitamente relacionados con la estadística (los correspondientes a las asignaturas de estadística); 3) Identificar los objetivos y contenidos implícitamente relacionados con la estadística (correspondientes a las asignaturas que guardan una estrecha relación con la estadística); 4) Realizar un análisis de idoneidad didáctica en función de los indicadores propuestos por Godino (2013).

## **Resultados**

El plan de estudios de licenciatura en psicología tiene el objetivo de formar profesionistas capaces de atender las demandas de las diferentes áreas de aplicación de la psicología, para contribuir al bienestar individual y social de manera ética, humana y responsable. Para ello busca desarrollar conocimientos (procesos psicológicos básicos y fundamentos biológicos, antropológicos, sociales y culturales del comportamiento humano) y habilidades (identificar el nivel de desarrollo psicológico de las personas, analizar las necesidades psicológicas y determinar la metodología de evaluación e intervención pertinente) que permitan a los estudiantes ejercer un adecuado ejercicio profesional (UAA, 2014). Para cumplir con este objetivo la licenciatura está dividida en nueve semestres, en donde se cursan 41 materias generales más tres materias optativas.

Entre las materias que se cursan a lo largo de la carrera se encuentran 2 materias de estadística: “Estadística descriptiva” en 7° semestre y “Métodos estadísticos básicos” en 8° semestre. Estas materias tienen la finalidad de desarrollar en los estudiantes las competencias necesarias para evaluar, interpretar, comunicar y resumir información estadística, así como hacer uso de diversos métodos estadísticos para el análisis de datos. Estos programas mencionan tener relación con las materias de “Metodologías de evaluación” y “Metodología de investigación en psicología” (UAA, 2019, 2019a).

En el plan de estudios se contemplan tres materias de metodologías de la evaluación (evaluación con niños, en 3° semestre; evaluación con adolescentes, en 6° semestre, y; evaluación con adultos, en 7° semestre). Estas asignaturas tienen el objetivo de capacitar al estudiante para analizar y aplicar las propuestas metodológicas de evaluación del nivel del desarrollo psicológico que corresponde a cada etapa de la vida. En estas materias los conceptos y procedimientos estadísticos se hacen presentes en el proceso de recolección, registro y análisis de datos, así como también al analizar los fundamentos (incluyendo el fundamento estadístico) de los instrumentos de evaluación contemplados en el programa y en la elaboración de reportes de evaluación (UAA, 2019b, 2019c, 2020).

En el plan de estudios se contemplan dos materias de investigación correspondientes a la investigación cualitativa y a la investigación cuantitativa, en el 8° y el 9° semestres respectivamente. Estas materias tienen el objetivo de analizar distintos métodos de investigación con el fin de comprender y replicar investigaciones. De manera particular la materia de “Investigación en Psicología II” (investigación cuantitativa), menciona como uno de sus objetivos, aplicar técnicas para la obtención y análisis de datos cuantitativos, así como el uso de las técnicas de muestreo. En las primeras dos unidades de esta materia se hace un repaso de los temas estadísticos vistos en las materias de estadística y después se contempla hacer uso de la estadística aplicándola en la investigación (UAA, 2018).

En cuanto a las materias implícitamente relacionadas con la estadística se encuentran la materia de “Bases Socioculturales de la Conducta II” del 2° semestre, en donde se considera el análisis de datos demográficos. También, aparecen las tres materias de “Metodologías de intervención” (dirigida a niños, en el 3° semestre; con adolescentes, en el 6° semestre, y; con adultos, en el 7° semestre), que tienen el objetivo de desarrollar los conocimientos y habilidades necesarias para favorecer el desarrollo psicológico de las personas según la etapa del desarrollo en la que se encuentran, desde diferentes enfoques metodológicos. Los contenidos de estadística se hacen presentes en estas materias al analizar la confiabilidad y validez de los datos que respaldan un diagnóstico y los resultados de una intervención, así como en la elaboración de reportes de intervención (UAA, 2014).

A partir de lo anterior se identifican tres contextos principales en el uso de la estadística dentro del plan de estudios de la licenciatura: Evaluación, Investigación e Intervención. En estos contextos se hace uso de tareas estadísticas que van desde la interpretación y descripción de información cuantitativa, hasta el uso de métodos estadísticos para la comprobación de hipótesis. Esto permite ver la importancia que tiene la estadística en la formación de los psicólogos en esta institución. En este plan de estudios la estadística está presente desde el

segundo semestre y a lo largo de toda la carrera. Sin embargo, no basta con incluir algunas asignaturas de estadística o contenidos estadísticos en otras asignaturas para asegurar que los estudiantes desarrollen una comprensión adecuada de esta, sino que es necesario proporcionar las condiciones idóneas para ello.

Para identificar de que forma el plan de estudios y los programas de las asignaturas favorecen la comprensión de la estadística, se realizó un análisis en función de los indicadores de idoneidad didáctica propuestos por Godino (2013). Sobre la *idoneidad epistémica*, resalta el hecho de que en el plan y los programas contemplan diversas situaciones-problema en diversos contextos, así como también favorecen la generación de los problemas en diversos ámbitos. También, se le da un gran peso al lenguaje, debido a que se contemplan diversas formas de representación y se pondera la interpretación de la información estadística. Por otro lado, a lo largo de la carrera se favorece la argumentación en función de información estadística. También se observa que los conocimientos estadísticos están articulados a lo largo de todo el plan de estudios, en donde se parte de los conceptos más básicos y poco a poco se eleva su dificultad.

En cuanto a la *idoneidad mediacional*, se contempla el uso de diversos materiales didácticos (incluyendo softwares), sin embargo, estos no aparecen contextualizados para los psicólogos. Sobre la distribución del tiempo, se puede observar que se dedica mayor tiempo a los conceptos estadísticos más complejos y menos tiempo a los más básicos, lo que puede provocar una comprensión insuficiente de nociones fundamentales como la naturaleza de los datos, tendencia central y dispersión.

Sobre la *idoneidad ecológica*, se puede observar que las materias de estadística y las relacionadas, guardan estrecha relación entre sí y obedecen a las directrices curriculares propuestas por la institución. Además, hay una apertura a la innovación didáctica, la cual se manifiestan en las materias de investigación y el uso de nuevas tecnologías. También se muestra una adaptación socio-profesional y cultural al contemplar horas prácticas dentro de las materias (ya sean como servicio social o prácticas profesionales). Por otro lado, se observa que los contenidos están conectados intra e interdisciplinariamente debido a que los contenidos de una materia se relacionan con el resto de los contenidos de esta materia y con los contenidos de las demás materias.

En cuanto a la *idoneidad cognitiva* se observa una preocupación por que los contenidos tengan una dificultad manejable para los estudiantes, así como tomar en cuenta los contenidos previos y se parte de lo más simple a lo más complejo. Además, se contemplan actividades de evaluación que permiten observar el progreso en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Sobre la *idoneidad afectiva*, en el plan de estudios y programas solo se puede observar que hay una preocupación por contemplar los intereses y necesidades de los estudiantes al buscar que los contenidos estén vinculados con el quehacer profesional del psicólogo. Por último, en cuanto a la *idoneidad interaccional* resalta el favorecimiento de una autonomía de los estudiantes en su proceso de aprendizaje y la evaluación formativa de sus conocimientos. Sin embargo, las facetas: cognitiva, afectiva e interaccional, pertenecen principalmente a los estudiantes y al propio proceso en el aula de clase, por lo que es poco lo que se puede observar en el análisis documental.

## **Conclusiones**

A partir de lo anterior se puede observar que en el plan de estudios de la licenciatura en psicología analizado y los respectivos programas de las materias (cartas descriptivas), hay una preocupación por desarrollar una comprensión adecuada de diversos conceptos estadísticos, la cual se favorece en tres contextos del ejercicio profesional del psicólogo: evaluación, intervención e investigación. Los conceptos correspondientes a la estadística descriptiva funcionan como estructuradores de los conocimientos estadísticos: aparecen de forma inicial y de manera intuitiva en el 2° semestre y continúan apareciendo a lo largo de la carrera, para después ser estudiado de manera formal en 6° semestre en la materia de “Estadística Descriptiva”, y en el 9° semestre se hace un uso explícito de estos conceptos en el contexto de la investigación en psicología, en donde también es fundamental la comprensión del resto de los conceptos estadísticos estudiados en la licenciatura.

Se puede observar que el plan de estudios de la licenciatura en psicología analizado (UAA, 2014), cumple con la mayoría de los indicadores de idoneidad didáctica propuestos por Godino (2013), que pueden ser observados en el plan de estudios y los programas de materias. Esto permite observar que en la formación del psicólogo se contempla algunas condiciones adecuadas para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística, aunque en algunas de las asignaturas revisadas falta una mayor contextualización de los conceptos estadísticos.

Por otro lado, es importante tener en cuenta que los documentos analizados no permiten observar todos los indicadores, ya que muchos de esos indicadores pertenecen a la dinámica que sucede dentro del aula de clases, a los propios estudiantes, y a los materiales que se disponen, entre otras cosas. Esta investigación se tendrá que complementar con otros estudios sobre las prácticas docentes y los aprendizajes logrados.

### **Referencias Bibliográficas**

- Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. *Conferencia en las Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*. Buenos Aires. Confederación Latino-americana de Sociedades de Estadística.
- Batanero, C. (2013). Sentido estadístico: Componentes y desarrollo. *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*. 1. 55-61. <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Sentidoestad%C3%ADstico.pdf>
- Carpenter, T. y Kirk, R. (2017). Are psychology students getting worse at math? Trends in the math skills of psychology statistics students across 21 years. *Educational Studies*, 43(3), 282–295.
- Eudave, D. (2019) *Aprender la estadística en el contexto de carreras no matemáticas*. México: Universidad Autónoma de Aguascalientes.
- Gal, I (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, (11), 111-132.
- Godino, J. D., y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355. [https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03\\_SignificadosIP\\_RDM94.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf)
- Lahanier-Reuter, D. (2012). La Statistique est-elle une discipline scolaire?. *Statistique et Enseignement*, 3 (2), 23-32. <http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/StatEns/article/view/126>
- Navarro, D. y Foxcroft, D. (2019). *Learning statistics with jamovi: a tutorial for psychology students and other beginners. (Version 0.70)*. DOI: 10.24384/hgc3-7p15
- UAA. (2014). *Licenciatura en psicología. Aguascalientes: Universidad Autónoma de Aguascalientes*. Disponible en [https://www.uaa.mx/portal/wp-content/uploads/2018/04/lic\\_psicologia.pdf](https://www.uaa.mx/portal/wp-content/uploads/2018/04/lic_psicologia.pdf)
- UAA. (2018). *Programa de la asignatura: Investigación en Psicología II*. México: Universidad Autónoma de Aguascalientes.
- UAA. (2019). *Programa de la asignatura: Estadística descriptiva (EST-A1) para Licenciatura en Psicología*. Aguascalientes: Universidad Autónoma de Aguascalientes.
- UAA. (2019a). *Programa de la asignatura: Métodos Estadísticos Básicos (EST-A2) para Licenciatura en Psicología*. Aguascalientes: Universidad Autónoma de Aguascalientes.
- UAA. (2019b). *Programa de la asignatura: Metodología de Evaluación con Niños*. México: Universidad Autónoma de Aguascalientes.
- UAA. (2019c). *Programa de la asignatura: Metodología de Evaluación con Adolescentes*. México: Universidad Autónoma de Aguascalientes.
- UAA. (2020). *Programa de la asignatura: Metodología de Evaluación con Adultos*. México: Universidad Autónoma de Aguascalientes.

## **Comunicación Breve**

**GTD-4-EE-02**

**El aprendizaje de la probabilidad:  
desde una mirada realista en un contexto rural**

**Carolina MÉNDEZ-PARRA  
carolinamendez@mail.uniatlantico.edu.co**

**Robinson Junior CONDE-CARMONA  
rjconde@mail.uniatlantico.edu.co**

**Universidad del Atlántico, Barranquilla, Atlántico, Colombia**

### **Resumen**

La actual investigación surgió por la falta de relación teoría-práctica de la probabilidad en la vida diaria, por tanto, se buscó apoyarse de la matemática realista como estrategia didáctica. La metodología es cíclica: inicia presentando problemas inherentes de los contextos rurales, luego se desarrolla a través de niveles con el soporte de los guías en dicho proceso. Además, el trabajo se llevó a cabo con un diseño de investigación acción, por lo tanto, se realizó la observación, el diario de campo, encuesta, cuestionarios, entrevista no estructurada y la encuesta como las técnicas e instrumentos. La muestra estuvo definida por estudiantes pertenecientes al colegio rural ubicado en Córdoba-Colombia. Como resultados significativos, se obtuvo el impacto positivo de la matemática realista en la enseñanza del saber probabilístico, dado que se caracterizó dicho proceso por las diferentes herramientas para enfrentarse a problemas reales desde una arista abstracta.

**Palabras clave:** Aleatorización. Contexto Rural. Cultura Estocástica. Matemática Realista.

## **Introducción**

La educación estadística, más que un contenido en los programas de aprendizaje matemático se considera como una rama de las ciencias que coopera como un bagaje para la comprensión de la realidad. Además, se encuentra inherente en las diferentes disciplinas y la vida cotidiana; dentro de este orden de ideas, es necesario contribuir al desarrollo del pensamiento estadístico desde una perspectiva realista, conforme y coherente al contexto y las necesidades de los estudiantes. Esto, para buscar relaciones entre los componentes cognitivos con los sociales en el ámbito educativo (Estrada y Batanero, 2019).

Se ha verificado que las necesidades actuales de la sociedad conllevan al interés de indagar sobre la formación probabilística y el impacto que genera el contexto en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la aleatoriedad (Vásquez y Alsina, 2017), por lo que este trabajo puede proporcionar componentes significativos a los contextos rurales en estos contenidos.

Además, aunque la probabilidad presenta un fuerte impacto en la resolución de problemas de la vida diaria, esta es orientada por medio del hincapié conceptual y procedimental, es decir, está ligada a la estrategia convencional dejando sin incidencia al entorno en el proceso de aprendizaje (Taram, y Junaedi, 2020). Por tanto, existe la necesidad de basarse en nuevas estrategias didácticas en la práctica pedagógica; evidenciando la utilidad de la probabilidad en la vida real, esto, para solucionar acertadamente problemas en un estado de incertidumbre (Andrade, 2019).

En función del estudio literario, la perspectiva de la matemática realista coopera en la construcción de un conocimiento robusto que se da gradualmente haciendo uso de las actividades mentales. En efecto, el proceso es sistemático; siendo el docente el administrador de los recursos a fin de formar holísticamente y competente a unos sujetos capaces de enfrentarse a las diferentes resoluciones de problemas, siendo este, uno de los beneficios más significativos en el aprendizaje de la probabilidad, el cual generará un aprendizaje con sentido al fin de cuentas (Sepriyanti y Putri, 2018).

Lo descrito anteriormente conlleva a preguntarse: ¿Cómo fortalecer el aprendizaje probabilístico de los estudiantes de quinto grado, con la matemática realista en un contexto rural?

## **Enseñanza de la Probabilidad**

La enseñanza de la estadística actualmente en Colombia es supeditada por los lineamientos que rige el Ministerio de Educación Nacional y dentro de esta formación está la probabilística. inicia desde los primeros grados académicos manipulando el lenguaje de probable, poco probable o improbable, así mismo su principal intención es dotar de un alto bagaje probabilístico a los estudiantes con el fin de desarrollarlos cultos y críticos frente a la temática, esto, para tomar decisiones idóneas (Batanero, 2004; Gal, 2005).

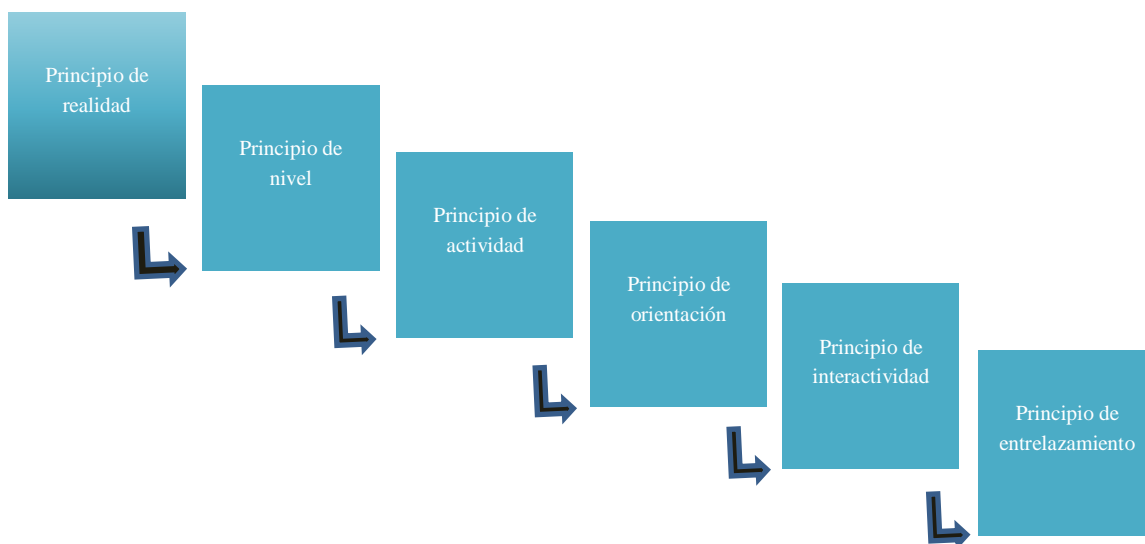
Cabe considerar, por la sociedad tan cambiante de la actualidad existe la necesidad de una formación constante, holística y organizada, debido que estos contenidos presentan impactos en la resolución de problemas, es por ello, que debe ser instruida desde una perspectiva exploratoria e investigativa para afrontar la ambigüedad y la incertidumbre. Argumenta Batanero y Borovcnik, (2016) que la formación de la probabilidad se consolida como un contenido esencial en el aprendizaje de la matemática porque acepta que la abstracción necesita una combinación del pensamiento lógico con el cognitivo.

## **Matemática Realista**

Como lo hace notar Freudenthal (1973), la educación matemática realista (EMR) es una teoría global de la educación matemática; en lo esencial presenta como punto de partida en el aprendizaje de la matemática problemas del entorno de los estudiantes, apoyándose del conocimiento informal para llegar gradualmente a un conocimiento formal, con sentido y riguroso. Desde una perspectiva más general, este proceso se da entre alumnos heterogéneos; en efecto la interactividad es uno de los componentes esenciales de esta teoría.

En habidas cuentas la EMR es una teoría caracterizada por convertir un problema cotidiano en un lenguaje matemático, siendo este proceso una actividad humana que se busca involucrar al alumno como el principal protagonista del aprendizaje, por lo tanto, es un autoconocimiento a partir de las reflexiones guiadas por la docente. Este mismo autor afirma que la EMR se da a partir del constructo de principios.

**Figura 1: Principios de la Matemática Realista**



**Fuente:** elaboración propia.

### **Metodología**

La metodología utilizada en esta investigación es de manera cíclica propuesta por Sampieri (2014), quien expone que esta metodología le ofrece al investigador relacionar la arista del entorno con el saber probabilístico; desencadenando un autoaprendizaje por parte de los alumnos rurales de quinto grado, esto, para darle sentido a la comprensión de los diferentes elementos (modelo matemático, contexto, resolución de problemas, etc.).

Metodológicamente, este trabajo contiene posee cinco ciclos, el primero es la identificación del problema, en este caso, se exhibe las dificultades, obstáculos y necesidades que se desean abordar con los alumnos rurales; el segundo es la elaboración del plan, donde los investigadores diseñarán el plan basado en la matemática realista, esto, para que los alumnos rurales al fin de cuentas visualicen el impacto de la probabilidad en su entorno; como tercer ciclo esta la implementación y evaluación del plan, aquí, se pondrá en marcha las técnicas e instrumentos elaborados en el ciclo anterior observando las actitudes de los estudiantes y el impacto de la matemática realista en el aprendizaje de la probabilidad, además los insumos investigativos se validaron por el método Delphi; como cuarto ciclo es la retroalimentación, donde se recolectará y analizarán los resultados de dicha aplicación; obteniendo como el último ciclo la caracterización del aprendizaje de la probabilidad en el aula, con estudiantes rurales de quinto grado.

De este modo, en este espacio se trabajarán sesiones con un grupo de alumnos de quinto grado, de una escuela rural ubicada en Córdoba, Colombia. En las cuales, se realizarán una prueba diagnóstica para identificar las habilidades y competencias de los alumnos, luego se realiza una encuesta apoyada con la matemática realista y por último se realizó una entrevista no estructurada con la docente encargada de los investigados con el fin de darle pertinencia a la teoría didáctica de la cual se apoya este trabajo, todo en función del orden de los objetivos planteados en el trabajo de investigación.

### **Resultados y Discusión**

En este apartado se analizará y se discutirá los datos recabados de las secciones ejecutadas. Donde se arrojaron resultados significativos. Continuando con este orden de ideas, se presentará en la siguiente tabla los datos de los insumos investigativos desglosados en los seis principios de la matemática realista que conforman su constructo.

**Tabla 1: Análisis de los principios de la educación matemática realista**

Principio de realidad	Principio de nivel	Principio de actividad	Principio de orientación	Principio de interactividad	Principio de entrelazamiento
se presentaron ciertas dificultades, las más comunes fueron: el poco sentido de la probabilidad en las situaciones problemas de su entorno, sin embargo, imaginaron y exploraron cada sección con la experiencia, en este mismo orden de ideas, los alumnos pretendían darle solución a la resolución de problemas con su intuición dejando de lado la arista probabilística.	Se evidencia la falta de comprensión porque la mayoría de los alumnos no justificaban sus procesos. Sucede pues, que la sesión apoyada con la matemática realista las debilidades anteriores se fueron superando por la intervención de cada investigado, desencadenando un debate gradual, en el cual se identifican los modelos matemáticos y posteriormente con ayuda de la investigadora y la docente matematizaron verticalmente, obteniendo soluciones satisfactorias en los interrogantes propuestos.	Las observaciones datan como los alumnos presentan una postura pasiva frente al proceso de aprendizaje, es decir, esperaban que la sección iniciara con la explicación del investigador, esto, porque la docente afirma que su práctica pedagógica es basada en la estrategia convencional. Sin embargo, a medida que fue surgiendo el desarrollo de dicho proceso fueron tomando una postura distinta, donde, la sesión estuvo dominada plenamente por la participación de los investigados.	La orientación estuvo a cargo del agente investigador y de la docente de los investigados, de este modo es evidente el rol importante en el proceso de aprendizaje. En habidas cuentas, son las encargadas de detectar las habilidades de los investigados, así mismo, hacer notar los cambios de nivel en el desarrollo de la sesión; confrontando las ideas, resolviendo dudas y administrando cada recurso creado individual y colectiva. Finalmente, son los expertos de la temática, es por ello, que al final complementan la información para un conocimiento robusto.	Acerca de este principio inicialmente la comunicación fue individual con el contexto, haciendo uso de las actividades mentales. Además, desde la perspectiva realista data a través de la observación como la comunicación entre estudiantes-estudiante; estudiante – docente es la base fundamental de este proceso, evidenciando el impacto positivo del aprendizaje colaborativo. En este análisis, se evidencia que este eje conlleva a la dominación de la sección y por medio de esta, también, se hace notar los cambios en los niveles.	La observación data como existe una falta de integración de temas previos para el logro de este. Por último, es conveniente acotar que dicho trabajo no presenta la enseñanza simultánea de las ramas matemáticas dada su estructura.

**Fuente:** elaboración propia.

Se plantea entonces que muchas de las problemáticas descritas en el cuadro anterior, tienen que ver con poca relevancia de los contenidos probabilísticos en el aprendizaje de la matemática, esto, afirmado por la docente



de los investigados en su encuesta no estructurada. Debe señalarse que desde su práctica pedagógica con estos contenidos aleatorios no posee el contexto rural como una estrategia que impacte en el proceso de aprendizaje porque su labor es supeditada por los libros de textos. Sin embargo, Vásquez y Alsina (2017) argumentan en su trabajo investigativo que las aplicaciones de la probabilidad en la resolución de problemas pueden contener la misma estructura, pero modificar su forma a las necesidades del entorno rural; para al fin de cuentas poseer un aprendizaje con sentido.

Además, la caracterización de este proceso se desarrolló mediante resolución de problemas inherentes al contexto de los investigados, en el cual, se evidenció que relacionar el saber probabilístico con el entorno coopera en la construcción de una cultura probabilística, así mismo, el aprendizaje colaborativo le da un plus en la interpretación de los estudiantes desarrollando ciertas destrezas para el análisis de los interrogatorios y la conexión de la disciplina abstracta con la realidad (Márquez-Mosquera y Olea-Isaza, 2020).

Desde la posición de Tauber, Martínez, Zapata-Cardona, Sosa, y Huerta (2019) argumentan que la admisión del saber probabilístico deber orientarse a las diferentes necesidades sujetas a las actividades humanas; conllevando a una mirada crítica. No obstante, Alsina y Salgado, (2019) postulan que el dominio probabilístico debe ser sujetado también de las creencias matemáticas y las actitudes de los estudiantes frente a su proceso de aprendizaje.

### **Conclusiones**

En la clase de matemáticas del colegio rural ubicado en Córdoba-Colombia, se llevaron a cabo varias secciones, donde sus actividades tenían como finalidad darles cumplimiento a los objetivos planteados inicialmente. Las conclusiones obtenidas en dicho proceso fueron las siguientes:

Se reconocieron dificultades en las actividades realizadas durante las secciones por parte de los estudiantes rurales, estas fueron: conectar el saber disciplinar con la resolución de problemas del entorno, la poca comprensión de los interrogantes, el mal uso de los conocimientos previos, el poco dominio conceptual. Por otro lado, se evidencia notoriamente la importancia del rol docente en los procesos de aprendizaje por la estructuración y organización del desarrollo. En este mismo sentido se comprende que la reflexión causada por un aprendizaje individual y colaborativo impacta positivamente en la elaboración del conocimiento probabilístico, a partir del entorno como la base sólida para el robustecimiento de dicho conocimiento.

El impacto que hubo de la matemática realista con el saber probabilístico para la caracterización de dicho aprendizaje en un contexto rural con alumnos de quinto grado fue positivo, dado que les dio herramientas para analizar problemas de su vida cotidiana desde una perspectiva numérica y darles soluciones acertadas en estados de incertidumbre, donde el proceso se llevó a cabo de manera autónoma y reflexiva al desarrollar las actividades, permitiéndoles destrezas y competencias en el mundo real, basados en probabilidad.

### **Referencias Bibliográficas**

Alsina, Á., & Salgado, M. (2019). Prácticas de medida en Educación Infantil desde la perspectiva de la Educación Matemática Realista. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 7(2), 24-37.

Andrade Diaz, I. M. (2019). Estrategia pedagógica para promover el desarrollo de habilidades en el pensamiento probabilístico en los estudiantes del grado cuarto de la sede los llanos de la institución educativa rural jordán güisía.

Batanero, C. (2004). Los retos de la cultura estadística. *Yupana. Revista de Educación Matemática de la UNL*, 1, 27-36.

Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Springer.

Estrada, A., & Batanero, C. (2019). Prospective primary school teachers' attitudes towards probability and its teaching. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(1), em0559.

Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an educational task en *Educación Matemática Realista, Bases Teóricas*. Publicación del GPDM.

Gal, I. (2005). Towards "probability literacy" for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In *Exploring probability in school* (pp. 39-63). Springer, Boston, MA.

Márquez-Mosquera, V. A., & Olea-Isaza, I. C. (2020). Las Actividades Orientadoras de Enseñanza como estrategia para enseñar la probabilidad en primaria: reflexiones de los maestros. *Trilogía Ciencia Tecnología Sociedad*, 12(22), 151-171.

Sampieri, R. (2014). *Metodología de la Investigación*. 6ta Edición MrGraw-Hill.

Sepriyanti, N., & Putri, E. M. (2018). Mathematics Learning Devices Development based on Realistic Mathematics Education on Probability. *Al-Ta lim Journal*, 25(1), 87-96.

Taram, A., & Junaedi, I. (2020, junio). Probabilística Habilidad de Pensamiento de los Estudiantes de Educación Matemática Licenciatura en Términos de Su Estilo Cognitivo. En la Conferencia Internacional sobre Ciencia y Educación y Tecnología (ISET 2019) (pp. 49-56). Atlantis Press

Tauber, L. M., Martínez, H. A., Zapata-Cardona, L., Sosa, J. E. P., & Huerta, A. A. EXPERIENCIAS DE ENSEÑANZA SOBRE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA TEACHING EXPERIENCES ON PROBABILITY AND STATISTICS.

Vásquez Ortiz, C., & Alsina, Á. (2017). Aproximación al conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad desde el modelo del conocimiento didáctico-matemático. *Educación matemática*, 29(3), 79-108.7

## **Comunicación Breve**

**GTD-4-EE-04**

### **Datos No Convencionales en el Razonamiento Estadístico**

**Lucía ZAPATA-CARDONA**

**lucia.zapata1@udea.edu.co**

**Cindy Alejandra MARTÍNEZ-CASTRO**

**Cindy.martinez@udea.edu.co**

**Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia**

### **Resumen**

El objetivo de esta investigación fue estudiar el razonamiento estadístico de jóvenes con datos no convencionales. Los datos no convencionales hacen referencia a información multivariante, dinámica y compleja derivada de imágenes, audio, video, redes sociales, teléfonos celulares, que no sigue un arreglo rectangular en su disposición. Los participantes fueron jóvenes de 16 años vinculados al sistema educativo colombiano. Para la producción de información se realizaron entrevistas individuales basadas en tareas contextuales donde se pidió a los participantes establecer criterios para organizar y dar sentido a un conjunto de imágenes que representaban datos no convencionales. Las entrevistas se grabaron en audio y video, y se transcribieron palabra a palabra para facilitar el análisis de la información. Se tomaron como unidades de análisis los enunciados verbales de los participantes al enfrentarse a las tareas, y se prestó especial atención a aquellos episodios que revelaron su razonamiento estadístico con datos no convencionales. Los resultados sugieren que la exploración de conjuntos de datos que siguen formatos no convencionales parece activar diferentes criterios para el análisis exploratorio que no necesariamente siguen estructuras de análisis convencional, y promueven el razonamiento estadístico que supera el simple análisis numérico. Los hallazgos también revelan una conexión importante con el contexto para dar sentido a los datos.

**Palabras clave:** Razonamiento Estadístico. Educación Estadística. Datos de libre acceso. Estadística Escolar. Revolución de Datos.

## **Introducción**

El análisis de datos en la estadística escolar se ha basado principalmente en el estudio de conjuntos de datos que siguen arreglos rectangulares. Sin embargo, el tipo de datos que los estudiantes manejan en su vida diaria no se corresponde exactamente con esta estructura de datos. Los estudiantes están expuestos a datos que distan mucho de esta estructura convencional. En sus interacciones diarias manejan tweets, fotografías, información de GPS y, en general, datos pobremente estructurados a los que deben darle sentido para la toma de decisiones. En la actualidad, los datos se producen a gran velocidad, de diferentes fuentes y siguiendo diferentes formatos, pero uno de los mayores problemas en la estadística escolar es que el currículo ha ignorado esta revolución de datos (Ridgway, 2016). Según Bielher et al. (2018), el análisis de datos es una actividad humana fundamental que es un componente esencial en una variedad de profesiones, así como un componente crucial para la participación informada del ciudadano común en la vida pública.

Por lo tanto, para lograr una participación informada en los procesos públicos de toma de decisiones, es vital que los ciudadanos sepan leer y escribir el mundo con la estadística (Engel, 2019). Uno de los desafíos para la Educación Estadística es diseñar y mejorar las oportunidades de aprendizaje para desarrollar un razonamiento sostenible sobre los datos, no solo a partir de aquellos que siguen formatos convencionales sino también de los no convencionales. La amplia disponibilidad y el acceso a innumerables conjuntos de datos no convencionales invita a la comunidad académica a ampliar el conocimiento educativo para comprender mejor cómo los estudiantes razonan y dan sentido a estos datos. Aunque existe abundante investigación interesada en el razonamiento estadístico que se pone en escena en el proceso de análisis de datos, principalmente siguiendo una estructura convencional, la investigación con datos no convencionales sigue siendo limitada (Hardin et al., 2015). La pregunta que se intenta responder en esta investigación es: ¿Cómo razonan estadísticamente los estudiantes con datos no convencionales?

## **Revisión de literatura**

El razonamiento estadístico está relacionado con cómo las personas razonan con ideas estadísticas y le dan sentido a la información estadística (Garfield y Ben-Zvi, 2008; Garfield, 2002). También significa comprender y ser capaz de explicar los procesos estadísticos e interpretar los resultados. Esto implica realizar interpretaciones basadas en conjuntos de datos, representaciones gráficas y resúmenes estadísticos (Garfield, 2002). Gran parte del razonamiento estadístico combina ideas sobre datos y azar, lo que lleva a hacer inferencias e interpretar resultados estadísticos.

El razonamiento estadístico también significa comprender un proceso estadístico y ser capaz de explicarlo. Además, se refiere a interpretar los resultados de un problema basado en datos reales (Campos et al., 2013). Un aspecto importante es comprender el contexto en el que se interpreta la información estadística (Campos, 2016). Por lo tanto, para ayudar al desarrollo del razonamiento estadístico, es importante siempre que sea posible trabajar con datos reales, relacionar los datos con el contexto y promover la interpretación de los resultados.

Los datos no convencionales se refieren a información multivariante (Ridgway, 2016), dinámica (Engel, 2019) y compleja (Hardin et al., 2015) derivada de imágenes, audio, video, redes sociales, teléfonos celulares que no siguen un arreglo rectangular. En general, los datos no convencionales no tienen la estructura convencional, pero eso no significa que posteriormente no puedan ser transformados y estructurados según ciertos códigos de interés. Una de las características de los datos no convencionales es que el análisis numérico no es la herramienta principal para su exploración y estudio. La complejidad de los datos no convencionales requiere de diferentes formas de procesamiento (Arroyuelo, et al., 2015), y en ocasiones demanda el apoyo de las ciencias de la computación o incluso métodos visuales. Sin embargo, algunos estudios han sugerido que la mente humana puede generar tratamientos a dichos datos a menor escala, por ejemplo, existen diferentes mecanismos mentales para ejecutar estimaciones probabilísticas complejas que no son conscientes (Glimcher & Fehr, 2013).

Los datos no convencionales están estrechamente relacionados con el movimiento de *Datos de Libre Acceso* (Open Data) que usa y promueve el uso de datos de alta calidad recopilados por gobiernos u organizaciones no

gubernamentales y que están disponibles a la ciudadanía (Engel, 2019; Ridgway, 2016). El movimiento de *Datos de Libre Acceso* ayuda a los ciudadanos a obtener evidencia estadística sobre el estado de la sociedad y a desarrollar conciencia sobre las injusticias y las desigualdades sociales estructurales para abordar los problemas locales y globales. Estos datos están disponibles públicamente y pueden explorarse de nuevas formas. Sin embargo, "libre acceso" no significa que estén listos para usar y requieren un tratamiento adicional para que puedan ser utilizados con propósitos educativos.

### **Metodología**

Los participantes de este estudio fueron jóvenes de 16 años vinculados al sistema educativo colombiano. Dado que en Colombia los estudiantes terminan su preparación para la escuela secundaria alrededor de los 16-17 años, este es un grupo de edad crucial para explorar formas y estrategias que los estudiantes usan para enfrentarse y razonar con datos no convencionales al final de su educación obligatoria. La información para responder a la pregunta de investigación, se produce mediante entrevistas individuales basadas en tareas en las que se pide a los participantes que den sentido a un conjunto de imágenes que representan datos no convencionales en diferentes contextos críticos (sociales y culturales). La razón fundamental detrás del uso del contexto crítico es obtener el razonamiento estadístico de los estudiantes dentro de contextos problemáticos de la sociedad que promueven la conciencia (Engel, 2019; Ridgway, 2016). Las entrevistas se centraron en análisis pictórico —estudio de imágenes (figuras) que tienen propiedades estructurales— que los participantes debían llevar a cabo para generalizar patrones o conceptos ocultos (Walkowiak, 2014). El uso de la imagen como estrategia para la producción de la información se justifica en que la imagen constituye un elemento sustancial de nuestra vida contemporánea y tiene una alta dimensión informativa y documental (Agustín Lacruz, 2010). Las entrevistas se grabaron en audio y video, y se transcribieron para garantizar la fidelidad en el análisis. Se prestó especial atención a aquellos episodios que revelaron el razonamiento estadístico de los estudiantes con datos no convencionales, en los cuales, ciertos patrones o conceptos se hacían evidentes.

### **Tarea del cepillo de dientes**

Un ejemplo de las tareas usadas para la producción de información estuvo inspirada en la información disponible online del proyecto “Dollar Street” de la organización *Gapminder*, en el cual, un grupo de investigadores recoge información fotográfica de 168 familias en 37 países en 135 categorías (ver <https://www.gapminder.org/dollar-street/matrix>). Se presentó a los participantes la información fotográfica de una categoría: “Cepillo de dientes”, pero solo se utilizaron 10 imágenes elegidas al azar dentro de esa categoría. La selección al azar de 10 fotografías se justifica en que, en esta etapa inicial, se necesita un número manejable de imágenes para rastrear el razonamiento de los estudiantes. Cada imagen captura información multivariada de naturaleza visual sobre los cepillos de dientes de la familia, el país al que pertenece la familia y la cantidad de dólares mensuales que produce la familia, no obstante, hay otras variables inherentes a las propias imágenes. Las imágenes se presentaron a los estudiantes y se les pidió organizarlas de manera que tuvieran sentido para ellos aplicando el criterio de su elección. Las respuestas de los participantes se conectaron a preguntas de seguimiento: ¿Qué estrategia usaste para dar sentido a estos datos? ¿Qué estrategia usaste para organizar estos datos? ¿Podrías pensar en otra forma de organizar el conjunto de datos? ¿Describe los criterios que has usado en la organización de este conjunto? Con esta tarea se buscaba que los participantes, además de procesar la información y aplicar criterios de organización, le dieran un sentido a la distribución de la riqueza y de la realidad socio-económica del mundo. Las representaciones iconográficas son fuentes importantes de información socio-económica, histórica, cultural y de formas de vida y, por tal razón, se justifica su estudio científico (Agustín Lacruz, 2010).

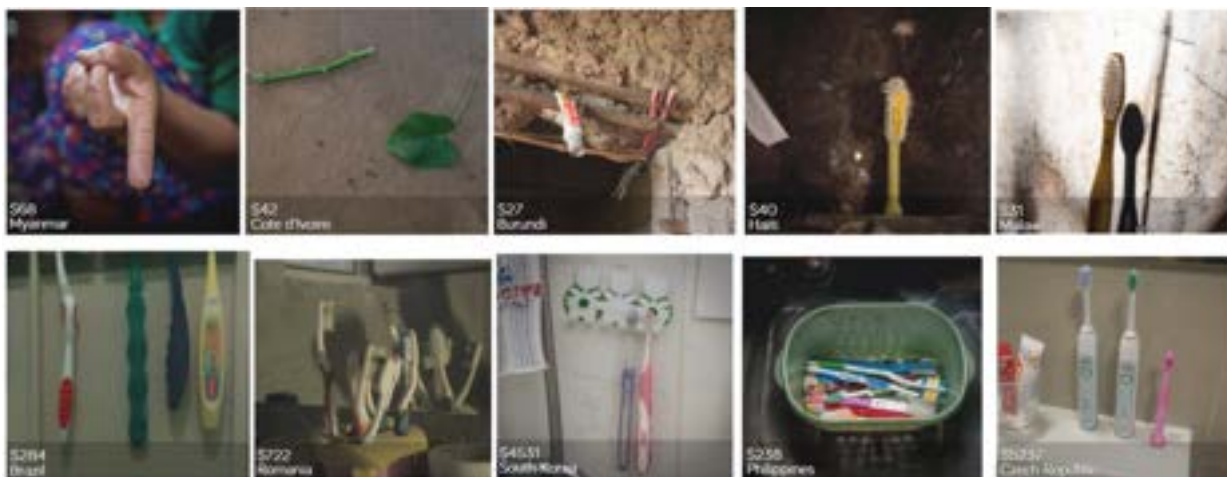
### **Análisis**

En el presente apartado se presentan y discuten los criterios usados por un solo participante —Miguel— en el proceso de razonamiento estadístico para darle sentido a los datos en la tarea del cepillo de dientes. El participante Miguel usó una serie de criterios para organizar la información. A estos criterios él los llamó “ingresos de la familia”, “cantidad de cepillos de la imagen”, “calidad del cepillo”, “organización de los cepillos” y “el nivel de la tecnología inherente al cepillo”. Los criterios “ingresos de la familia” y “cantidad de

cepillos” pueden ser aplicados de manera simple a los datos hasta reducir la información a variables de naturaleza cuantitativa que se pueden analizar con resúmenes estadísticos. Por la simpleza que encarnan, estos dos criterios no fueron tenidos en cuenta para el análisis que convoca esta propuesta y en cambio se prestó especial atención a los restantes criterios que parecían evidenciar elementos más pictóricos.

Cuando Miguel aplicó el criterio “calidad del cepillo” aclaró que solo se basó en lo que sus sentidos pudieron percibir de las imágenes. Lo anterior lo justificó en el hecho de que una imagen no logra aportar el detalle concreto sobre la calidad real del cepillo, ni de las cerdas, ni del material. Aplicando el criterio “calidad del cepillo”, Miguel organizó las imágenes como aparecen en la figura 1.

**Figura 1: Disposición de las imágenes de acuerdo al criterio “calidad del cepillo”**



Por otro lado, el criterio “organización de los cepillos”, el participante intentaba dar cuenta de las posibilidades organizativas de los espacios en los cuales estaban dispuestos los cepillos de dientes. Si la imagen evidenciaba un arreglo intencional claro para disponer los cepillos en cierta forma, el participante le atribuyó un nivel de sofisticación y otorgó jerarquías de acuerdo a él. La aplicación final del criterio se observa en la Figura 2.

**Figura 2: Disposición de las imágenes de acuerdo al criterio “organización de los cepillos”**



Un criterio adicional usado por el participante fue el “nivel de la tecnología”. Aplicando este nuevo criterio, el participante evaluó el nivel de sofisticación de la tecnología inherente al cepillo de dientes de cada imagen y las dispuso empezando por la tecnología menos sofisticada hasta la más sofisticada, como se presentan en la Figura 3.

En este criterio, se le preguntó al participante por las razones de la organización y este presentó el siguiente argumento: “los dos [las fotografías relativas a Costa de Marfil y Myanmar] no son tan evolucionados como los cepillos que tenemos” (Entrevista Miguel, diciembre 1 de 2020).

**Figura 3: Disposición de los cepillos según el criterio “nivel de la tecnología”**



Uno de los aspectos de interés en los conjuntos de datos no convencionales, como los explorados en esta experiencia, es la conexión que los participantes logran hacer con el contexto. Esta conexión justifica el uso de datos de esta naturaleza. Con respecto a la relación con el contexto, Miguel argumentó:

“Es muy diferente cepillarse con hojas y con el dedo [...]. En Burundi, aunque no tienen los mejores ingresos, tienen un cepillo para procurar su higiene ... y en la última imagen que es de República Checa, ya no tienen los cepillos así normales, sino que ya son cepillos eléctricos [...] Allí ya hay un poco más de ingresos para permitirse ese tipo de cepillos [...] En especial esta familia tiene el dinero para poder comprarse este tipo de cepillos” (Entrevista Miguel, diciembre 1 de 2020)

En este argumento es evidente la relación que el participante logra establecer entre la naturaleza del cepillo de dientes y el nivel de ingresos de la familia. De alguna forma, el participante vinculó el poder adquisitivo de la familia con el nivel de sofisticación del cepillo que reflejaba la imagen. Este fragmento sugiere un primer acercamiento a un análisis bivariado pues el participante usó simultáneamente la información de dos variables. Con respecto al intento de análisis bivariado, algunos autores han señalado que el ser humano tiene la capacidad de hacer análisis complejos, aunque estos procesos mentales no sean conscientes (Glimcher & Fehr, 2013).

En el enunciado de Miguel también es evidente un vínculo con el contexto a partir de una relación experiencial. Al expresar “es muy diferente cepillarse con hojas y con el dedo”, el participante usó información contextual. Al respecto, Campos (2016) ha atribuido un valor esencial al papel del contexto en el razonamiento estadístico de los estudiantes, pues es el contexto el que dota de sentido a los datos.

En la aplicación de los criterios propuestos por Miguel para la organización de las imágenes fue evidente que su razonamiento estadístico no se limitó al uso de análisis numérico como herramienta principal para explorar e interpretar los datos. Las características no convencionales de los datos presentados, lo animó a describir verbalmente el establecimiento de criterios, formas de organización y relaciones entre variables; estrategias estas que son fundamentales en los procesos estadísticos para darle sentido a la información sometida a análisis. Este esfuerzo de poner en juego diferentes herramientas para darle sentido a la información configura la ruta para el desarrollo del razonamiento estadístico (Campos, 2016).

### **Conclusiones**

La exploración de conjuntos de datos que siguen formatos no convencionales parece activar diferentes criterios para el análisis exploratorio que no necesariamente siguen estructuras de análisis convencional. Los criterios de análisis para datos no convencionales logran ser complejos y sofisticados (como análisis bivariados) aunque el participante no sea consciente del nivel de detalle propuesto. Los datos no convencionales parecen ser una fuente importante para promover el razonamiento estadístico que supera el simple análisis numérico. Los datos no convencionales hacen evidente la necesidad del razonamiento estadístico. Además, estos proporcionan un contexto para que la interpretación y el análisis tengan sentido y para que se haga evidente lo que los datos pueden y no pueden decir sobre el mundo.

## **Referencias Bibliográficas**

- Agustín Lacruz, M. C. (2010). El contenido de las imágenes y su análisis en entornos documentales. En Gómez Díaz, R. y Agustín Lacruz, M. C. (eds.) *Polisemias visuales. Aproximaciones a la alfabetización visual en la sociedad intercultural* (pp. 85- 116). Universidad de Salamanca.
- Arroyuelo, J., Esquivel, S., Chavez, E., Figueroa, K., Navarro, G., Manuel Hoffhein, M., Grosso, A., Ludueña, V., Martínez, C., & Reyes, N. (2015). *Bases de Datos no Convencionales: Índices y Lenguajes de Consulta*. 5. <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/45589>
- Biehler, R., Frischemeier, D., Reading, C., & Shaughnessy, M. (2018). Reasoning about data. In D. Ben-Zvi, K. Makar & J. Garfield (Eds.), *International handbook of research in statistics education* (pp. 139–192). Springer.
- Campos, C. R. (2016). *Towards Critical Statistics Education. Theory and practice*. Lambert Academic Publishing.
- Campos, C. R., Wodewotzki, M. L., & Jacobini, O. R. (2013). *Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática (2 ed.)*. Autêntica Editora.
- Engel, J. (2019). Cultura estadística y sociedad: ¿Qué es la estadística cívica? En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*.
- Garfield, J. (2002). The Challenge of Developing Statistical Reasoning. *Journal of Statistics Education*, (10)3, 1–12. Doi: 10.1080/10691898.2002.11910676
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing Students' Statistical Reasoning: Connecting Research and Teaching Practice*. Springer.
- Glimcher, P. W., & Fehr, E. (2013). *Neuroeconomics: Decision Making and the Brain*. Academic Press.
- Hardin, J., Hoerl, R., Horton, N. J., Nolan, D., Baumer, B., Hall-Holt, O., Murrell, P., Peng, R., Roback, P., Temple Lang, D., & Ward M. D. (2015). Data Science in Statistics Curricula: Preparing Students to “Think with Data”. *The American Statistician*, (69)4, 343–353. DOI: 10.1080/00031305.2015.1077729
- Ridgway, J. (2016). Implications of the Data Revolution for Statistics Education. *International Statistical Review*, (84)3, 528–549. <https://doi.org/10.1111/insr.12110>
- Walkowiak, T.A. (2014). Elementary and middle school students' analyses of pictorial growth patterns. *Journal of Mathematical Behavior*, 33, 56–71. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.09.004>



**Comunicación Breve**

**GTD-4-EE-05**

**Indicadores de la Estadística Cívica  
presentes en tareas que propician la Cultura Estadística**

**Fátima BOLATTI**

**fatibelen2211@gmail.com**

**Liliana TAUBER**

**estadisticamatematicafhuc@gmail.com**

**Facultad de Humanidades y Ciencias  
Universidad Nacional del Litoral, Argentina**

**Resumen**

El desarrollo del sentido estadístico debería darse de modo progresivo a través de la escolaridad obligatoria. En Argentina, aunque las ideas estocásticas aparecen desde hace tiempo en el currículo, los estudiantes llegan a la universidad con escasa o nula formación en lo que a alfabetización y pensamiento estadístico se refiere. Frente a esta situación y con el objetivo de fomentar la cultura estadística buscando la comprensión de las problemáticas sociales actuales, consideramos que es necesario estudiar diversos procesos que involucran distintos conocimientos que forman parte del bagaje necesario para que un ciudadano y un profesional puedan tomar decisiones de manera crítica sobre los datos y la información. Es por ello que, hemos caracterizado los indicadores que permiten evaluar la idoneidad didáctica de una propuesta de enseñanza diseñada a partir de las facetas de la Estadística Cívica, centrada en la construcción del sentido y del pensamiento estadístico crítico. A partir de una investigación de diseño, elaboramos una tarea que puede ser aplicada en cursos de Estadística, desde el nivel secundario hasta el superior, y la analizamos a la luz de los indicadores mencionados, describiendo alcances y limitaciones de la misma. El análisis de contenido realizado sobre la tarea permite mostrar la riqueza didáctica y cognitiva que se presenta cuando se elaboran propuestas que integren las distintas facetas de la Estadística Cívica y permitan la construcción del sentido de las ideas estadísticas fundamentales.

**Palabras Clave:** Estadística Cívica. Educación Estadística. Alfabetización Estadística. Análisis de Contenido. Pensamiento Estadístico.

## **Introducción**

Según Condorcet (1994), el conocimiento sobre la gobernabilidad y el estado de la sociedad permitiría a las personas liberarse de la opresión social (*savoir libérateur*), en este sentido coincide con Engel (2019) quien indica que este tipo de conocimiento es fundamental para el funcionamiento de la democracia. Ahora bien, comprender el estado en el que se encuentra la sociedad implica, entre otras tantas cosas, que los ciudadanos tengan un cierto nivel de alfabetización estadística que le permita comprender la información circundante y a su vez, le permita criticar con fundamentos basados en la evidencia. Esta alfabetización estadística, implicaría tener cierto conocimiento de algunas ideas estadísticas fundamentales.

En este sentido, siguiendo a autores como Nicholson, Gal y Ridgway (2018), consideramos que el enfoque de la Estadística Cívica permitiría propiciar esa comprensión crítica de la realidad. La Estadística Cívica se concibe como la disciplina que se ocupa de comprender fenómenos sociales mediante la Estadística, es decir, permite estudiar tendencias pasadas, situaciones actuales y posibles cambios futuros en diversas áreas de importancia para la sociedad (como por ejemplo la migración, el cambio demográfico, el crimen, la pobreza, etc.). Estos y otros autores (Engel, 2019; Gal, 2019), caracterizan una serie de nociones y habilidades que se deberían desarrollar a lo largo de la educación obligatoria, las cuales permitirían no sólo leer datos y resúmenes estadísticos, sino también interpretar y comprender datos multivariados y dinámicos provenientes de la medición regular de múltiples variables. Teniendo en cuenta estas nociones y habilidades, es que nos propusimos diseñar diversas tareas que conforman una propuesta didáctica centrada en las facetas de la Estadística Cívica y en indicadores de la Alfabetización Estadística, los cuales nos permiten evaluar las potencialidades y limitaciones de cada tarea y, de este modo, poder volver sobre las mismas y rediseñarlas en un proceso de una investigación de diseño, buscando propiciar el aprendizaje y la comprensión crítica de nuestros estudiantes.

## **Antecedentes y Marco de Referencia**

Aunque aún es incipiente el tratamiento de la Estadística desde un enfoque interdisciplinar en el nivel escolar, tímidamente comienzan a aparecer propuestas y experiencias de clase que se enfocan en distintos aspectos. Algunos de estos trabajos proponen el tratamiento de la Estadística desde los Objetivos de Desarrollo Sostenible que plantea la ONU, un ejemplo de ello puede verse en Vásquez (2020); otros trabajos se basan en la enseñanza basada en proyectos (Bertorello, 2020), otros en la simulación del trabajo estadístico que se realiza en las agencias oficiales de Estadística (Martínez-Castro y Zapata-Cardona, 2020) y, en otros, se plantea la enseñanza desde la Estadística Cívica (Engel, 2019; Nicholson, Gal y Ridgway, 2018; Gal, 2019, entre otros).

En Bolatti, Tauber y Santellán (2019), se analizan las potencialidades de una tarea diseñada con el objetivo de promover la enseñanza de la estadística de manera contextualizada. Dicho análisis se ha basado en las distintas facetas de la Estadística Cívica (Engel, 2019; Gal, 2019). En Tauber (2021) se presentan actividades diseñadas e implementadas en un curso introductorio de Estadística para estudiantes universitarios de Ciencias Sociales, las cuales también son analizadas desde las facetas de la Estadística Cívica. En el mismo, se describen diversas instancias de una investigación de diseño presentando un análisis mucho más profundo, ya que no solo se observaron las facetas cubiertas por las actividades, sino que también se midió la intensidad con que cada una interviene. Por otra parte, en este estudio se analizaron las respuestas de algunos estudiantes con el objetivo de observar algunos indicadores asociados a las facetas de la Estadística Cívica y a los indicadores de la Alfabetización Estadística que, efectivamente, los estudiantes lograron poner en relación al resolver las tareas propuestas.

Tomando estos trabajos como antecedentes directos del presente, es que proponemos una tarea que busca poner en relación estos indicadores, considerando la caracterización de las facetas de la Estadística Cívica enunciadas por Engel (2019), las cuales pueden particularizarse a partir de la identificación de los elementos de la Alfabetización Estadística que son fundamentales para la construcción del sentido de las ideas estadísticas, categorizados por Gal (2019). Según Engel (2019), la Estadística Cívica es una disciplina que surge de la

intersección de las Ciencias Sociales, la Pedagogía y la Estadística, y que permite estudiar a la Estadística asociada a otras áreas del conocimiento y su didáctica. Desde este enfoque se propone:

- Abordar problemas multivariados que sean relevantes para la sociedad, que permitan una reflexión acerca del significado de los resultados obtenidos a partir de los datos.
- Manipular datos que sean recopilados de manera regular.
- Trabajar con datos de sitios web oficiales o de textos impresos.
- Proponer tareas que no presenten sugerencias para ser resueltas, sino que planteen preguntas que propicien distintos tipos de análisis y que no tengan una respuesta única.

### **Metodología**

El presente trabajo forma parte de una beca de iniciación a la investigación. La metodología empleada se basó en un análisis documental (Moreiro González, 2004), centrado en un primer momento, en el estudio de las componentes de la Estadística Cívica y sus relaciones con la Alfabetización Estadística y, en un segundo momento, se diseñó una tarea que se propone para ser desarrollada con estudiantes de 15 años o más.

A partir de la misma, se realizó un análisis de contenido (Cohen y Manion, 1990). Dado que el mismo es un conjunto de técnicas, es imprescindible que la técnica concreta utilice una teoría que dé sentido al modo de análisis y a los resultados. En consecuencia, la identificación de unidades de análisis, se realizó en función de los elementos de conocimiento y disposicionales de la alfabetización estadística (Gal, 2019) que confluyen en las facetas de la Estadística Cívica (Engel, 2019; Nicholson, Gal & Ridgway, 2018; Ridgway, Nicholson & McCusker, 2011). Cabe aclarar que, en este trabajo, no se describen cada uno de los indicadores por falta de espacio, pero una descripción exhaustiva de los mismos puede consultarse en los trabajos que hemos tomado como antecedentes y que se han citado en la sección anterior.

### **Diseño de una tarea centrada en las facetas de la Estadística Cívica**

Tal como sugieren Gal (2019) y Engel (2019), para el diseño de la tarea hemos considerado un problema de interés social: las condiciones socio-económicas de los hogares del Gran Santa Fe y del Gran Paraná, y más particularmente, el estudio de las características habitacionales de esos colectivos, utilizando preguntas generales que propicien la utilización y el análisis de los datos. La elección de los aglomerados mencionados se fundamenta en proponer tareas en las que se utilicen datos que sean cercanos a los estudiantes a quienes se dirigen las mismas, teniendo en cuenta que los datos estén disponibles gratuitamente y que se pueda disponer del fundamento metodológico adecuado. Todas estas condiciones están aseguradas en el sentido que, para la tarea que presentamos aquí, se trabaja con datos generados por el Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC) y por el Instituto Provincial de Estadísticas y Censos (IPEC). Asimismo, se tuvo en cuenta que la tarea propuesta implique el trabajo con distintas variables, resúmenes y argumentaciones. A partir de estas y otras consideraciones iniciales (descritas en Bolatti, Tauber y Santellán, 2019), elaboramos la siguiente tarea:

Cuando se estudian las condiciones socioeconómicas de la población, el INDEC, considera distintos tipos de índices e indicadores para dar información sobre las mismas, como, por ejemplo, el índice de hacinamiento y la distribución del tipo de vivienda de los hogares que conforman un país o una región. Imagina que conformas un equipo de trabajo del IPEC y que, en esta ocasión, están encargados de realizar un relevamiento y posterior análisis que permita dar respuestas a las siguientes preguntas:

- i. ¿Es posible indicar que se observan diferencias en las características de las condiciones habitacionales de los hogares de los aglomerados Gran Santa Fe y Gran Paraná? ¿Se han mantenido las mismas condiciones habitacionales en el Gran Santa Fe si comparamos los datos presentados en la Tabla 1 con los datos del último trimestre publicado? ¿Se pueden dar respuestas a estas preguntas con un alto grado de confiabilidad? ¿Por qué?
- ii. Además, te asignan como responsable para dar información sobre la composición de habitaciones de los hogares santafesinos según el tipo de vivienda y la distribución de los índices de hacinamiento según el tipo de vivienda, ¿sobre qué datos y variables deberías realizar el análisis? ¿Cuál es la unidad de observación? ¿Con qué criterios has seleccionado las variables?

- iii. Para obtener la distribución del índice de hacinamiento (IH), ¿qué definición metodológica utilizarías? ¿Por qué? Si quieres caracterizar las distribuciones del IH, según tipo de vivienda, ¿qué resúmenes utilizarías? ¿Por qué?
- iv. Un analista presentó la Tabla 1 y en base a ella, afirma que los hogares que viven en departamentos están más hacinados porque tienen menor número de habitaciones que las casas. Discute las razones por las que rechazarías o no esa afirmación. Fundamenta tu elección a partir de la evidencia empírica que consideres adecuada.

N° de habitaciones	1	2	3	4	5	6	7	Total
Tipo de vivienda								
Casa	17	142	170	81	23	5	2	440
Departamento	13	58	26	8	2	1	0	108
Total	30	200	196	89	25	6	2	548

**Tabla 1: Número de habitaciones según tipo de vivienda**

**Fuente: IPEC, Santa Fe, 3er. Trimestre, 2018**

### **Análisis de Contenido de la tarea propuesta**

La tarea diseñada propone un abordaje multivariado que surge de un problema que puede abordarse desde lo social, lo económico y lo político, relacionado a lo estadístico; también permite manipular datos, analizar su confiabilidad y validez, lo cual se puede hacer a partir del estudio de la metodología que utiliza el INDEC, permitiendo así analizar la confiabilidad de los datos, el grado de generalización que se puede tener en las conclusiones o la representatividad de la muestra, entre otras. Esto último podría intervenir en el análisis que se propone en el punto i y iv. Tanto los datos como la metodología implicada es información que está disponible en línea de manera abierta. Todas las situaciones propuestas propician el análisis de los datos y permiten que los estudiantes puedan dar distintos tipos de respuestas que deberán estar fundamentadas según la evidencia analizada. Asimismo, permite problematizar en torno a una red de conceptos y de elementos cognitivos (Gal, 2019) íntimamente asociados a las ideas estocásticas fundamentales de: muestreo, distribución, variación y resumen.

En la Tabla 2, presentamos un resumen del análisis de contenido realizado sobre cada parte de la tarea, en el que se identifican las facetas de la Estadística Cívica, descritas en Engel (2019) y los elementos cognitivos y disposicionales de la Alfabetización Estadística, descritos por Gal (2019). Así, podemos decir que, más allá de que con una sola tarea se cubren todas las facetas de la Estadística Cívica, lo potente de este análisis es que nos permite identificar que las actividades en las que el estudiante debe decidir sobre el análisis y la metodología que pretende estudiar, facilitan una trama compleja de elementos cognitivos y disposicionales de la Alfabetización Estadística, que son la base para propiciar la construcción del sentido estadístico que está embebido en la información y en los datos y que son esenciales para la toma de decisiones. De esta forma, en la parte ii, se identifican ideas o conceptos relacionados con la estadística descriptiva y con los procesos metodológicos. La parte iii permite trabajar con diferentes documentos y distintas metodologías, a la vez que permite hacerse preguntas sobre la manera en que fueron producidos los datos para valorar su confiabilidad. Las partes i y iv, buscan problematizar sobre los modos de generalizar y el alcance de estos, y propicia distintas transnumeraciones, a la vez que permite cuestionar la validez del mensaje estadístico.

Indicadores de la Estadística Cívica y de la Alfabetización Estadística					
Facetas de la Estadística Cívica (Fi)	Elementos de Alfabetización Estadística	Parte de la tarea en la que surge cada Faceta			
		Parte i	Parte ii	Parte iii	Parte iv
F1. Preparación para el compromiso social	Conocimiento estadístico Habilidades de alfabetización	X			X
F2. Evaluación crítica y reflexión	Habilidades críticas Postura crítica	X	X		X
F3. Disposiciones	Creencias y Actitudes	X	X		X
F4. Estadística y Riesgo	Habilidades de alfabetización Conocimiento estadístico	X	X	X	X
F5. Modelos y representaciones	Habilidades de alfabetización Conocimiento estadístico Conocimiento matemático Habilidades críticas	X		X	X
F6. Metodología y proceso de investigación	Habilidades de alfabetización Conocimiento estadístico Conocimiento del contexto Habilidades críticas Postura crítica	X	X	X	
F7. Extensiones en el área de estadísticas oficiales	Conocimiento del contexto Habilidades de alfabetización Habilidades críticas Postura crítica	X	X	X	
F8. Conocimiento social contextual	Conocimiento del contexto Habilidades de alfabetización Habilidades críticas Postura crítica	X	X	X	X
F9. TIC's e investigación de la información	Habilidades de alfabetización Habilidades críticas Conocimiento estadístico Conocimiento matemático	X	X		X
F10. Núcleo cuantitativo	Conocimiento matemático Conocimiento estadístico	X			X
F11. Comprensión de textos y comunicación	Habilidades de alfabetización Conocimiento estadístico Conocimiento matemático Conocimiento del contexto Habilidades críticas Postura crítica Creencias y actitudes	X	X	X	X

**Tabla 2: Facetas de la Estadística Cívica y elementos de alfabetización estadística asociadas a las tareas propuestas**

### Reflexiones Finales

La tarea analizada conecta elementos del conocimiento estadístico con un conocimiento contextual profundo, en el que los conceptos estadísticos se derivan del estudio de problemáticas sociales y metodológicos. El análisis sugiere que es posible una enseñanza de la Estadística que no se limite a técnicas y términos formales con poca relevancia para el contenido, sino que esté integrada al contexto y, que a su vez sirva para potenciar el pensamiento crítico. Asimismo, tareas de este tipo permiten un abordaje cíclico en distintos cursos y niveles educativos, buscando fortalecer diversas relaciones entre conocimientos y actitudes que son inseparables a la hora de interpretar datos y de extraer conclusiones que puedan tener injerencia en la toma de decisiones.

**Agradecimiento:** Proyecto CAI+D: Aportes para el desarrollo de la Cultura Estadística a partir de la introducción del Razonamiento Inferencial Informal en la Educación Estadística. 50120150100032LI. Universidad Nacional del Litoral.

## **Referencias Bibliográficas**

- Bertorello, N. (2020) Análisis de la Idoneidad Didáctica de una propuesta de enseñanza de educación primaria para el eje: Estadística y Probabilidad. Tesis de Maestría. Universidad Nacional del Litoral.
- Bolatti, F., Tauber, L. y Santellán, S. (2019). Aportes para una nueva forma de enseñanza de la Estadística. *Segundo Encuentro Conjunto de la Unión Matemática Argentina y la Sociedad Matemática de Chile. Noticiero de la Unión Matemática Argentina, Vol 54* (16 de diciembre de 2019). Mendoza, Universidad Nacional de Cuyo.
- Condorcet, A. (1994). *Foundations of social choice and political theory*. Brookfield, VT, USA: Edward Elgar (Original published in 1792).
- Engel, J. (2019). Cultura estadística y sociedad. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*.
- Gal, I. (2019). Understanding statistical literacy: About knowledge of contexts and models. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*.
- Martínez-Castro, C. A., & Zapata-Cardona, L. (2020). Desarrollando sentido de agencia en la formación inicial de profesores de Estadística. *Matemáticas, educación y Sociedad*, 3(2), 40-55. Recuperado a partir de <http://www.uco.es/ucopress/ojs/index.php/mes/article/view/12869>
- Moreiro González, J. (2004) *El contenido de los documentos textuales: su análisis y representación mediante el lenguaje natural*. Gijón: Trea.
- Nicholson, J., Gal, I., & Ridgway, J. (2018). *Understanding Civic Statistics: A Conceptual Framework and its Educational Applications*. A product of the ProCivicStat Project. Recuperado de <http://IASE-web.org/ISLP/PCS>
- Tauber, L. (2021). Facetas de la Estadística Cívica Implícitas en una Experiencia de Enseñanza centrada en el Estudio de Indicadores Sociales. *Revista Paradigma (Edición Especial – Educación Estadística), Vol. XLI, junio de 2021* (en prensa).
- Vásquez Ortiz, C. (2020). Educación Estocástica en el aula escolar: una herramienta para formar ciudadanos de sostenibilidad. *Matemáticas, educación y Sociedad*, 3(2), 1-20. Recuperado a partir de <http://www.uco.es/ucopress/ojs/index.php/mes/article/view/12889>

## **Comunicación Breve**

**GTD-4-EE-06**

### **Estrategias de Enseñanza de la Estadística en la virtualidad utilizadas por la Universidad Nacional de Luján durante la pandemia de la COVID-19**

#### **Experiencia en las carreras Licenciatura en Administración y Contador Público**

**Silvia Lorena VARGAS**  
**silviaorennavargas@gmail.com**

**Ariel Hernán REAL**  
**ariel.h.real@gmail.com**

**Departamento de Ciencias Básicas**  
**Universidad Nacional de Luján, Argentina**

### **Resumen**

En la Universidad de Luján (UNLu), el dictado de la asignatura Estadística para las carreras Licenciatura en Administración y Contador Público comenzó de manera presencial el 9 de marzo 2020 y luego de una semana, instauradas las medidas sanitarias de aislamiento a causa de la pandemia de la COVID-19, nos vimos en la necesidad de reorganizarnos para encarar un proceso de enseñanza virtual, al igual que en el resto de las instituciones de educación del país.

La celeridad de los acontecimientos nos llevó de un proceso de enseñanza-aprendizaje presencial a uno virtual, donde la orientación, motivación y seguimiento de los estudiantes se debió plantear con recursos didácticos totalmente diferentes. Fue imprescindible entender que el rol del estudiante debía pasar a ser más activo, logrando mayor autonomía en el estudio. Desde este punto de vista, nuestro equipo docente decidió avanzar en un enfoque de aula invertida.

La experiencia hoy nos dice que el método de aula invertida produjo resultados óptimos, y a pesar de la situación de incertidumbre que se vivió, se pudo trabajar, contener a los estudiantes y darles un marco de previsibilidad en el aula. Esto podría confirmarse por el modesto resultado obtenido en el segundo cuatrimestre 2020 donde el aula sincrónica se desdibujó.

En las 11 comisiones de la asignatura, distribuidas en 4 sedes, contamos con 664 inscriptos en el primer cuatrimestre de 2020, resultando un 40 % de los estudiantes promovidos y un 16% en condición de regulares habilitados para presentarse a un examen final.

**Palabras clave:** Virtualidad. Aula Invertida. Enseñanza Estadística.

## Desarrollo

La educación en Argentina al igual que en el resto del mundo se vio afectada por la pandemia originada por la Covid-19. A partir del 12 de marzo, el Ministerio de Educación por Resolución 108/2020 procedió a la suspensión del dictado de clases entrando en un período de excepcionalidad que luego se extendería durante todo el transcurso del ciclo lectivo.

Pasamos por una cuarentena estricta y obligatoria (ASPO), luego por el distanciamiento social preventivo obligatorio (DISPO), pero las actividades presenciales en el aula nunca volvieron. La universidad al igual que la educación en los diferentes niveles tuvo que ser readaptada para garantizar la continuidad del ciclo lectivo.

En la Universidad de Luján (UNLu) comenzamos con el dictado presencial de la asignatura Estadística para las carreras Licenciatura en Administración y Contador Público el 9 de marzo de 2020, por lo que solo se dictó de forma presencial una semana. Una vez declarada la cuarentena obligatoria desde la división Estadística se realizó una reunión de equipo para la reorganización de tareas, y se decidió utilizar plenamente el recurso de la plataforma educativa (e-ducativa) para el contacto, desarrollo y evaluación de la cursada. Cabe mencionar que esta herramienta ya se utilizaba en las cursadas presenciales.

Nos encontramos ante la necesidad de pasar de un proceso de enseñanza-aprendizaje presencial, a uno virtual donde la orientación, motivación y seguimiento de los estudiantes se debió plantear con recursos didácticos totalmente diferentes. Fue imprescindible entender que el rol del estudiante durante la virtualidad debía pasar a ser más activo, logrando mayor autonomía en el estudio. El hábito de cuestionar, reflexionar sobre los ejercicios y los temas propuestos, pasó a ser fundamental.

Sangra (2001) menciona que el aprendizaje en ambientes virtuales es el resultado de un proceso en el que el alumno construye su aprendizaje. Desde este punto de vista, nuestro equipo docente decidió avanzar en un enfoque de aula invertida.

El enfoque de aula invertida puede visualizarse desde el punto de vista pedagógico y de la didáctica. Berenguer Albaladejo (2016), rescata de Bergmann y Sams (2014). La concepción pedagógica del aula invertida describe:

- La instrucción directa se mueve desde el espacio de aprendizaje colectivo hacia el espacio de aprendizaje individual;
- El espacio resultante se transforma en un ambiente de aprendizaje dinámico e interactivo en el que el educador guía a los estudiantes a medida que se aplican los conceptos y puede participar creativamente en la materia.

La postura didáctica plantea que:

- Los estudiantes aprenden nuevo contenido mediante video-tutoriales en línea, habitualmente en casa.
- Lo que antes solían ser los “trabajos prácticos para entregar” (tareas asignadas), se realizan ahora en el aula con el profesor ofreciendo orientación más personalizada e interacción con los estudiantes (Tourón y Santiago, 2013).

No podemos dejar de destacar que fue fundamental el compromiso y dedicación del estudiante en el proceso educativo. Debí hacer el mayor de sus esfuerzos por asimilar los conocimientos en soledad, y frente a las dudas o dificultades debí acostumbrarse a plantear sus consultas (sobre bibliografía, sobre resolución de ejercicios, sobre los temas planteados en los videos explicativos, etc.). Los canales que se pusieron a su disposición fueron los Foros, Clases de Consultas y Mensajería del Aula Virtual, todos los días de la semana en una amplia franja horaria.

El concepto de aula invertida permitió que los alumnos trabajaran en un espacio individual y a su ritmo, el aprendizaje se volvió dinámico e interactivo. Los docentes guiaron y condujeron el aprendizaje.



La dinámica de los foros de consultas se organizó por temas o unidades. El equipo docente se organizó en turnos diarios para hacer seguimiento y monitoreo de las intervenciones de los estudiantes. Esto funcionó con gran intensidad, con logros interesantes (colaboración entre los mismos estudiantes). Todas las intervenciones eran monitoreadas por el equipo docente, confirmando el aporte o buscando la manera de orientar y mejorar la intervención.

Respecto del seguimiento de los estudiantes en la virtualidad, se trabajó con el desarrollo de Autoevaluaciones semanales obligatorias, que podían ser recuperadas. Luego de cada autoevaluación los estudiantes podían acceder a las correcciones y podían cuestionar o preguntar sobre las mismas (etapa de revisión). Esta etapa de revisión se la consideró como parte del proceso de aprendizaje.

Finalmente, la asignatura incluyó dos instancias formales de evaluación, una a la mitad del cuatrimestre y otra al final (integradora), que sumadas a las autoevaluaciones obligatorias permitieron definir la situación final de cursada de cada estudiante.

En la siguiente tabla se muestra un esquema de los recursos utilizados durante el desarrollo de la asignatura en la virtualidad, con un detalle de los aspectos positivos y negativos, a nuestro entender, más destacados. También queremos mostrar los cambios que se hicieron de cara a la segunda edición de dictado de la asignatura en el segundo cuatrimestre 2020, y como estos parecen haber afectado los resultados finales de la cursada.

### Cuadro 1. Aspectos positivos y negativos de la virtualidad

#### Cursos de Estadística 1° y 2° Cuatrimestre 2020 en UNLu

Recurso	10091 - Cuatrimestre 1-2020	10091 - Cuatrimestre 2-2020
Aula virtual de la UNLu Plataforma: e-ducativa	Temas habilitados por semana, incluyendo acceso al material bibliográfico. Temas organizados en unidades. En cada unidad se incluyó: :: Guía de Lectura y ejercicios propuestos a resolver. :: Videos explicativos de cada tema preparados por el equipo docente.	

Recurso	10091 - Cuatrimestre 1-2020	10091 - Cuatrimestre 2-2020
Clases sincrónicas	No se utilizaron inicialmente. Avanzado el cuatrimestre se implementaron clases de consulta por Zoom en horarios que se fueron comunicando a través de la sección noticias del Aula.	Se plantearon clases sincrónicas desde el inicio de la cursada.
	<b>Aspectos positivos:</b> :: Los estudiantes se vieron obligados a adquirir autonomía en el estudio. :: El estudio autónomo favoreció la actividad en los foros y la consulta permanente a los docentes. :: Para algunos estudiantes más dependientes de las clases sincrónicas fue un descubrimiento, que sin duda los favoreció en su metodología de estudio.	<b>Aspectos positivos:</b> :: Los estudiantes estaban más tranquilos y relajados.
	<b>Aspectos negativos:</b> :: No contar con clases sincrónicas fue difícil para aquellos estudiantes más dependientes, que incluso las reclamaban.	<b>Aspectos negativos:</b> :: Los estudiantes se presentaban a la clase para escuchar los temas, sin preparación o lectura previa. :: La clase de consulta terminó transformándose en clase expositiva con alguna participación esporádica del estudiante. :: La interacción de los foros fue prácticamente nula.

Recurso	10091 - Cuatrimestre 1-2020	10091 - Cuatrimestre 2-2020
Foros	Cada unidad temática del aula tenía asociado un Foro de consultas. Los foros fueron el único recurso activo al inicio del cuatrimestre.	
	<b>Aspectos positivos:</b> :: Muy buena la interacción lograda con los estudiantes. :: Todos los docentes colaboraron en la atención de los foros, todos los días de la semana. :: Un gran logro: algunos estudiantes se animaron a contestar a sus propios compañeros. :: En el proceso de intervención de estudiantes para responder a otros estudiantes fue clave el monitoreo del equipo docente. El aporte de un docente para confirmar que estaba bien lo posteado, o para corregir y orientar adecuadamente, hizo que los estudiantes tomaran confianza y siguieran aportando.	<b>Aspectos positivos:</b> :: Los mismos que en el caso del Cuatrimestre 1-2020, para los estudiantes que efectivamente participaron.
	<b>Aspectos negativos:</b> :: No todos los estudiantes se animaban a intervenir en los foros. :: Los foros fueron abiertos a los temas que los estudiantes quisieran plantear. No se aprovecharon recursos como el planteo de temas disparadores para una discusión orientada y más productiva.	<b>Aspectos negativos:</b> :: Al tener las clases sincrónicas los estudiantes no usaron el Foro como canal de consultas. :: Las intervenciones fueron muy pocas. :: Se perdió la riqueza de la interacción entre estudiantes lograda en el Cuatrimestre 1-2020.

Recurso	10091 - Cuatrimestre 1-2020	10091 - Cuatrimestre 2-2020
Auto evaluaciones	Para hacer seguimiento del aprendizaje de los estudiantes se programaron Autoevaluaciones periódicas.	
	<b>Sobre las autoevaluaciones:</b> :: Modalidad: opciones múltiples / completar frases :: Fueron de carácter obligatorio. :: Se asignaba 1 día y horario para su realización. :: Se podían recuperar en caso de desaprobadas. :: 60% de las respuestas correctas requeridas para la aprobación. :: 1 único tema para todos los estudiantes.	<b>Sobre las autoevaluaciones:</b> :: Modalidad: opciones múltiples / completar frases :: Fueron de carácter obligatorio. :: Se cambió el esquema de resolución en 1 día y horario asignado. Ahora se podían resolver durante toda una semana. :: Se podían recuperar en caso de desaprobadas. :: 60% de las respuestas correctas requeridas para la aprobación. :: 1 único tema para todos los estudiantes. :: Asignación aleatoria de preguntas (varios temas).
	<b>Aspectos positivos:</b> :: Las autoevaluaciones fueron muy valoradas por los estudiantes como una manera de avanzar con el estudio y llegar mejor preparados a los exámenes parciales. :: Finalizadas las mismas se les daba la posibilidad de revisión de las correcciones, esto reforzaba el entendimiento de los temas. :: Ayudó a generar una dinámica de estudio durante el cuatrimestre. :: Se debió pasar de un esquema de corrección tradicional enfocado en el desarrollo y la respuesta, a otro totalmente diferente enfocado fundamentalmente en la interpretación y uso de la información estadística generada. :: Para el equipo docente fue una experiencia enriquecedora, que facilitó el armado de los exámenes parciales.	<b>Aspectos positivos:</b> :: Los estudiantes tenían mayor flexibilidad para el seguimiento de la cursada.
<b>Aspectos negativos:</b> :: El número de autoevaluaciones resultó quizás excesivo (prácticamente se tomó una autoevaluación por unidad).	<b>Aspectos negativos:</b> :: El cambio de esquema de realización afectó considerablemente la posibilidad de seguir con el esquema de Aula Invertida. :: Los estudiantes estaban toda la semana pendiente de la autoevaluación.	

Recurso	10091 - Cuatrimestre 1-2020	10091 - Cuatrimestre 2-2020
Exámenes Parciales	Se tomaron 2 evaluaciones (la última integradora de todos los temas de la asignatura).	
	<p>Sobre los parciales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>:: La evaluación se realizó a través de la plataforma e-ducativa.</li> <li>:: Se usó la modalidad de múltiples opciones.</li> <li>:: Se tomaron en un día y horario asignado.</li> <li>:: El mismo examen se tomó en todas las sedes y comisiones.</li> <li>:: Se trabajó con una única versión de examen.</li> </ul>	<p>Sobre los parciales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>:: La evaluación se realizó a través de la plataforma e-ducativa.</li> <li>:: Se usó la modalidad de múltiples opciones.</li> <li>:: Se tomaron en un día y horario asignado.</li> <li>:: El mismo examen se tomó en todas las sedes y comisiones.</li> <li>:: En lugar de trabajar con una única versión de examen, se confeccionaron preguntas suficientes para hacer un esquema de selección aleatoria, lo que generaba varios temas en simultáneo.</li> </ul>
	<p><b>Aspectos positivos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>:: El aula fue una herramienta de gestión fundamental a la hora de evaluar.</li> <li>:: Los estudiantes podían ver sus respuestas y las correcciones finalizado el examen, lo que les permitía una revisión.</li> <li>:: Las revisiones planteadas por los estudiantes fueron una instancia más de aprendizaje. El estudiante se animaba a fundamentar, en algunos casos con buenos argumentos.</li> </ul>	
	<p><b>Aspectos negativos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>:: La elaboración de los exámenes fue un trabajo arduo por la cantidad de preguntas a elaborar y por el esfuerzo adicional de pensar un ejercicio tradicional de una manera diferente, viable para tomarlo a través del Aula Virtual.</li> <li>:: Los estudiantes se pusieron vehementes a la hora de cuestionar. La virtualidad los anima más al cuestionamiento (este aspecto finalmente termina siendo positivo, pero inicialmente fue de una gran carga de trabajo para contener, responder y explicar).</li> <li>:: La conectividad en algunos casos fue problemática. Eso hizo que fuera necesario habilitar nuevamente algunas evaluaciones o encontrar alternativas para solucionarlo.</li> </ul>	

Recurso	10091 - Cuatrimestre 1-2020	10091 - Cuatrimestre 2-2020
Comunicación con los estudiantes	La comunicación con los estudiantes fue fundamental desde el primer momento. En Estadística siempre utilizamos el Aula Virtual para mantener la comunicación con los estudiantes y para compartir materiales y actividades. Esto hizo que al inicio de la cuarentena estuviéramos conectados y que fuera más fácil la reorganización de actividades.	
	La comunicación fue permanente a través de las siguientes vías:	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>:: Sección Noticias del Aula Virtual</li> <li>:: Mensajería del Aula Virtual</li> <li>:: Foros en el Aula Virtual</li> </ul>	
	<p><b>Aspectos positivos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>:: Nos permitió estar en contacto fluidamente con los estudiantes, pudiendo el estudiante elegir el canal con el que se sintieran más cómodos.</li> <li>:: Rápidamente se les pudo dar un marco de organización y trabajo, lo que fue muy positivo frente a la incertidumbre que se vivía.</li> </ul>	<p><b>Aspectos positivos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>:: El hecho de contar con una definición institucional de seguir avanzando en la virtualidad hizo que la comunicación con los estudiantes fuera más clara desde el principio de la cursada.</li> </ul>
<p><b>Aspectos negativos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>:: Creemos que algunas cosas relacionadas a la modalidad de evaluación deberían haberse planteado más claramente desde el principio. El hecho de trabajar en un contexto de gran incertidumbre institucional hizo que esto no fuera posible. Posteriormente esto tuvo consecuencias para los estudiantes y los profesores.</li> </ul>		

Recurso	10091 - Cuatrimestre 1-2020	10091 - Cuatrimestre 2-2020
Resultados	664 estudiantes inscriptos 11 comisiones atendidas en 4 sedes 18% de los inscriptos estuvieron ausentes 41% de los inscriptos promovieron la asignatura 16% aprobaron la cursada pero deben dar final 26% de los inscriptos quedaron libres en la cursada.	154 estudiantes inscriptos 1 comisión atendida en la virtualidad 24% de los inscriptos estuvieron ausentes 3% de los inscriptos promovieron la asignatura 19% aprobaron la cursada pero deben dar final 54% de los inscriptos quedaron libres en la cursada.

## **Reflexiones Finales**

La experiencia en la virtualidad durante el año 2020 nos acercó a nuevas formas para desarrollar la docencia. Nos enfrentó a la posibilidad de manejar nuevas herramientas (plataformas digitales de comunicación, editores de videos, canales para compartir videos producidos por el equipo docente), y a mejorar el uso de aquellas que ya estaban presentes (aula virtual). El interés por estas herramientas hacia el interior del equipo docente creció exponencialmente y surgió con fuerza la necesidad de perfeccionarse y pensar nuevas formas de impartir educación.

La respuesta de los estudiantes fue muy positiva, posiblemente favorecida por la rápida organización de la asignatura. No obstante, no podemos dejar de notar que en el segundo cuatrimestre el compromiso no fue el mismo. Creemos que la decisión de la universidad de levantar las correlatividades para el desarrollo del segundo cuatrimestre provocó una masiva inscripción en asignaturas (más de las recomendadas para cursar), y la consecuente atención dispersa de los estudiantes que derivó en resultados diferentes.

En el aspecto del seguimiento y la evaluación, las consultas en foros y mensajería tuvieron respuesta casi instantánea. Las autoevaluaciones y parciales se corrigieron instantáneamente, respetando siempre períodos de revisión de las correcciones. Este aspecto de la instancia de evaluación fue sumamente importante para el proceso de aprendizaje. La experiencia hoy nos dice que el método de aula invertida produjo resultados óptimos, y a pesar de la situación de incertidumbre que se vivió, se pudo trabajar, contener a los estudiantes y darles un marco de previsibilidad en el aula.

## **Referencias Bibliográficas**

- Berenguer Albaladejo, C (2016). Acerca de la utilidad del aula invertida o flipped classroom. XIV Jornadas de redes de investigación en docencia universitaria. Departamento Civil. Universidad de Alicante.
- Bergmann, J., Sams, A. & cols. (2014) What Is Flipped Learning? Flipped Learning Network (FLN). Disponible en:  
[http://www.flippedlearning.org/cms/lib07/VA01923112/Centricity/Domain/46/FLIP\\_handout\\_FNL\\_Web.pdf](http://www.flippedlearning.org/cms/lib07/VA01923112/Centricity/Domain/46/FLIP_handout_FNL_Web.pdf)
- Ministerio de Educación Argentina (2020). Claves y caminos para enseñar en entornos virtuales. Ideas para educar con TIC en múltiples contextos. educ.ar Sociedad del Estado. Artículos realizados por Educ.ar a partir de los cursos Juana Manso desarrollados por portal Educ.ar y Vidatec.
- Sangra, A (2001). Enseñar y aprender en la virtualidad. Universidad Oberta de Catalunya.

## **Comunicación Breve**

### **GTD-4 – EE-08**

#### **Alfabetización Estadística: ¿Cómo evaluarla?**

**Saray SERRANO ENCISO**  
**sarayserrano.face@uas.edu.mx**

**Santiago INZUNZA CAZARES**  
**sinzunza@uas.edu.mx**

**Universidad Autónoma de Sinaloa, México**

### **Resumen**

La alfabetización estadística es una habilidad que se espera sea desarrollada -al menos a un nivel básico- durante la escolarización básica y media, pues resulta importante que la ciudadanía tenga habilidades en el análisis y cuestionamiento de la información estadística que se presenta en la actualidad en los diversos medios de comunicación y reportes gubernamentales. Para asegurar que los individuos poseen este conjunto de habilidades, existen instrumentos de evaluación enfocados en la medición del desempeño en los aspectos fundamentales de la alfabetización estadística (procesamiento de textos, conocimientos en: estadística, matemáticas y contexto, y en actitud crítica). Hacer una evaluación para determinar el comportamiento alfabetizado de una persona en estadística implica analizar de forma cuidadosa cada uno de los elementos que conjuntamente hacen a una persona alfabetizada en esta área del conocimiento.

**Palabras Clave:** Educación Estadística. Alfabetización Estadística. Información Estadística. Actitud Crítica.

## **Introducción**

La educación estadística durante las dos últimas décadas ha tomado gran importancia. La estadística actualmente se considera “como un conjunto de herramientas que proporcionan argumentos sólidos, basados en la evidencia, para evaluar críticamente las afirmaciones basadas en datos” (Contreras y Molina, 2019, p.1). De tal manera, la estadística se ha ido esparciendo a las distintas áreas del conocimiento, más específicamente, el diario común de los ciudadanos se ha ido impregnando de información basada en datos estadísticos, en los medios de comunicación habitualmente circula información presentada cuantitativamente por medio de elementos estadísticos. Frente a esto, surge el interrogante sobre si el ciudadano realmente comprende este tipo de información. Más aún, cabe cuestionarse si tienen la capacidad de evaluar críticamente la información que circula.

Según Gal (2002) la capacidad de recolectar, organizar, describir, mostrar e interpretar datos, así como la capacidad para tomar decisiones y hacer predicciones sobre la información estadística, es una habilidad que en esta sociedad de la información y el conocimiento adquiere día a día más importancia. Algunos autores han nombrado a esta habilidad como *alfabetización estadística* o *cultura estadística*. Actualmente, la alfabetización estadística se considera cada vez más un resultado importante de la escolarización (Callingham y Watson, 2017). Más aún, Wild (2017), resalta que, en el futuro, todos necesitarán habilidades sobre el análisis de datos, pues, grandes porciones de la población no sólo serán consumidores, sino también productores de estadísticas.

Actualmente, se coexiste con una pandemia debido al coronavirus (SARS-COV2), situación que ha dinamizado la circulación de información estadística. Diariamente, se presentan datos en términos estadísticos que muestran el estado de cada uno de los países en relación con la lucha que desarrollan para disminuir las afectaciones que ocasiona el virus. Este panorama resalta aún más la necesidad de alfabetizar estadísticamente a los ciudadanos.

### **¿Qué es la Alfabetización Estadística?**

La conceptualización de la alfabetización estadística no se ha consensado, varios autores han presentado su definición. Por ejemplo, Wallman (1993) describió que la alfabetización estadística es la habilidad de entender y evaluar críticamente los datos estadísticos que permean diariamente nuestra vida, a esto, le sumó la capacidad de estimar las contribuciones del pensamiento estadístico en la toma de decisiones: públicas, privadas, profesionales y personales. Similarmente, Garfield, delMas y Chance (2003), señalan que la alfabetización estadística comprende las habilidades básicas que se usan para entender información estadística o resultados de investigación. Esto incluye la capacidad de organizar datos, construir y exponer tablas y trabajar con distintas representaciones de datos. A su vez, incluye la comprensión de vocabulario, conceptos y símbolos estadísticos, así como el sentido de la probabilidad dentro del marco de incertidumbre.

Otros autores han presentado su definición basada en niveles progresivos. Por ejemplo, Shamos (1995) explica el desarrollo de la alfabetización estadística en tres niveles: (1) *Alfabetización científica cultural*: en este nivel se hace referencia al entendimiento de los términos básicos utilizados para informar las cuestiones científicas en los diferentes medios de comunicación; (2) *Alfabetización científica funcional*: en este nivel, además de contar con la alfabetización científica cultural, el individuo también debe tener la capacidad de comunicarse coherentemente (conversar, leer y escribir) haciendo uso de la terminología científica en contextos significativos; (3) *La verdadera alfabetización científica*: en este nivel se requiere la comprensión del sistema científico; el conocimiento básico de los esquemas o teorías conceptuales que forman la base de la ciencia y la comprensión de los procesos de construcción del conocimiento.

Watson (1997) presentó una definición de alfabetización estadística explicada en tres niveles crecientes: (1) Comprensión básica de la terminología probabilística y estadística; (2) Comprensión de los conceptos estadísticos integrados en una discusión de contexto; (3) Actitud crítica asumida al aplicar los conceptos estadísticos para contradecir situaciones sin una base estadística.

Para Gal (2002), la alfabetización estadística es “la capacidad de interpretar, evaluar críticamente y comunicar información y mensajes estadísticos” (p.1). Para este autor, el comportamiento estadísticamente alfabetizado se basa en la integración de cinco bases de conocimiento (elementos de conocimiento), junto con los elementos disposicionales que se muestran en la Tabla 1.

**Tabla 1: Modelo de alfabetización estadística**

<b>Alfabetización Estadística</b>	
<b>Elementos de conocimiento</b>	<b>Elementos disposicionales</b>
Habilidades de alfabetización	Creencias y Actitudes
Conocimiento estadístico	Postura crítica
Conocimiento matemático	
Conocimiento del contexto	
Preguntas críticas	

**Fuente: Adaptado de Gal, 2002, p. 4**

De forma general, estos autores resaltan tres aspectos fundamentales. Inicialmente, para que una persona sea alfabetizada estadísticamente, esta debe poseer habilidades de procesamiento de textos, para lograr así interpretar el significado de un mensaje estadístico; posteriormente, se requiere que el ciudadano tenga conocimientos en: estadística, matemáticas y contexto. Este aspecto es importante, pues, aunque estemos hablando de alfabetización estadística, también se necesitan algunos conocimientos básicos en matemáticas para realizar procedimientos estadísticos. A su vez, el conocimiento sobre el contexto, es el que brinda la capacidad para analizar los mensajes en su contexto. Finalmente, es fundamental desarrollar una actitud crítica en el ciudadano, por un lado, es esencial que la persona se perciba de forma positiva, capaz de razonar estadísticamente, por otro lado, que las personas adopten una actitud de cuestionamiento hacia los mensajes estadístico que pueden ser engañosos, sesgados, incompletos o unilaterales.

### **¿Cómo Evaluar la Alfabetización Estadística?**

Como se ha descrito, la alfabetización estadística es una habilidad primordial en esta era de la información y el conocimiento, ante esto, es importante evaluar y determinar si la ciudadanía está alfabetizada estadísticamente. Varios autores han desarrollado instrumentos de evaluación de esta habilidad, entre esos: *Statistics Concepts Inventory* (SCI) (Allen, 2006); *Basic Literacy in Statistics* (BLIS) (Ziegler, 2014); *Reasoning and Literacy Instrument* (REALI) (Sabbag, 2016). Los ítems de estos instrumentos han sido ampliamente probados y resultan útiles para la evaluar la alfabetización estadística. Sin embargo, se diseñaron para evaluar a estudiantes que finalizan la educación secundaria en un contexto específico. De tal forma, la utilización apropiada de estos ítems se basa en la modificación y adecuación de los ítems al contexto de las personas a las cuales se les va a aplicar.

Los ítems diseñados para evaluar esta habilidad se organizan con el objetivo de exhibir las habilidades del ciudadano, no sólo en materia de estadística, sino también para que el ciudadano ponga en evidencia sus conocimientos, actitudes y creencias en general. De esta manera, cada uno de los elementos de la alfabetización estadística pueden ser percibidos. Con esto en cuenta, y en función de los tres aspectos fundamentales (habilidades de procesamiento de textos, conocimientos en: estadística, matemáticas y contexto, y la actitud crítica), no se recomiendan ítems de carácter procedimental, pues el cálculo de medidas estadísticas, sin una interpretación de éstas, revela únicamente el conocimiento de una persona en términos mecánicos. Lo que se busca entonces es el diseño de ítems que combinen procesos analíticos, reflexivos y críticos, y que su estructura gire en torno a la relación de varios elementos estadísticos.

Por ejemplo, en el ítem que se presenta a continuación se puede observar estos elementos imbricados en su diseño.

### Ejemplo de ítem de evaluación

En el periódico El Financiero (México) en su edición del 4 de julio de 2020 publica la siguiente información:



Un ciudadano curioso consultó el sitio <https://www.worldometers.info/coronavirus/> que registra diariamente información sobre Covid-19 de todos los países del mundo, y encontró que México registra 313 defunciones por cada millón de habitantes, ocupando la posición 13, y no la posición 5 como indica el periódico. Elige la respuesta que consideras más adecuada.

- A. El Financiero tiene la razón porque utilizó frecuencias absolutas (conteos de decesos) registrados en cada país.
- B. El sitio <https://www.worldometers.info/coronavirus/> tiene la razón porque utilizó frecuencias relativas (conteos de decesos por cada millón de habitantes).
- C. Es posible que haya algún error en los cálculos de uno u otro, por eso no coinciden sus resultados.
- D. Ambos tuvieron en cuenta el conteo de decesos registrados en cada país, ya sea en forma absoluta o en forma relativa. Sin embargo, para hacer comparaciones es más adecuado tener en cuenta el tamaño de cada país. \*

En este caso, el ciudadano que se enfrenta a resolver este ítem debe poseer las habilidades de una alfabetización general (el procesamiento de textos), este primer aspecto es evidentemente necesario. Por otro lado, los conocimientos estadísticos que se requieren para resolver este ítem son fundamentales, la persona debe saber interpretar en forma crítica la información de un diagrama de barras con frecuencias absolutas. Además, este ítem implica un conocimiento del comportamiento del coronavirus tanto en México, como en el mundo entero. En este reactivo, es fundamental que se realice un análisis de la información en su contexto, vinculando los comportamientos locales con los internacionales.

Finalmente, se identifica que la persona debe cuestionar la información presentada, pues esta es elaborada por distintas fuentes y con distintos intereses. De acuerdo con Walshaw (2007), la crítica permite interpretar el mundo y descubrir las estructuras y el discurso que regula la vida cotidiana. En este caso, aunque la información presentada por el periódico citado en el ítem no es incorrecta, se mostró de forma comparativa, dejando de lado el hecho de que en este tipo de comparaciones es importante tener en cuenta el tamaño de la población de cada país.

En resumen, la evaluación de la alfabetización estadística en un individuo está dirigida a identificar que una persona a parte de tener conocimientos en estadística, analiza y cuestiona la información que habitualmente recibe con datos estadísticos. Esto implica plantear situaciones evaluativas que incorporen cada uno de los elementos de la alfabetización estadística, es importante que el individuo integre sus conocimientos, actitudes y creencias.

### Conclusiones

Los datos estadísticos son utilizados en distintas áreas de desarrollo humano, estos son presentados por distintas fuentes y con distintos intereses. En el último año, la cantidad de datos estadísticos que circulan por los medios de comunicación se ha hecho más notoria, el coronavirus impactó fuertemente a toda la población mundial y esta situación proporcionó datos estadísticos a gran parte de la población. En este sentido, se resalta aún más la importancia de alfabetizar a los ciudadanos en términos de estadística, brindarles las



herramientas estadísticas básicas para que sean consumidores críticos de las estadísticas relacionadas con los fenómenos sociales, económicos y culturales de la sociedad.

La evaluación de las habilidades estadísticas va más allá de la indagación sobre los conocimientos específicamente en estadística, este es sólo uno de los elementos, también es necesario examinar la actitud crítica que tienen las personas sobre la información estadística de interés común y la capacidad para analizar ésta en su contexto. Estos aspectos están interrelacionados y resulta indispensable evaluarlos con ítems cuya estructura esté igualmente planteada.

### **Referencias Bibliográficas**

- Allen, K. (2006). *The statistics concept inventory: development and analysis of a cognitive assessment instrument in statistics* (doctoral dissertation). University of Oklahoma, Oklahoma, USA. Recuperado de [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2130143](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2130143)
- Callingham, R., y Watson, J. (2017). The development of statistical literacy at school. *Statistics Education Research Journal*, 16(1), 181-201.
- Contreras, J. M. y Molina-Portillo, E. (2019). Elementos clave de la cultura estadística en el análisis de la información basada en datos. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Disponible en [www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html](http://www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html)
- Engel, J. (2019). Cultura estadística y sociedad. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Disponible en [www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html](http://www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html)
- Gal, I. (2002). Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statistical Review*, 70, 1-25.
- Garfield, J., delMas, R., & Chance, B. (2003). *Web-based assessment resource tools for improving statistical thinking*. Trabajo presentado en la reunión anual de la American Educational Research Association, Chicago.
- Marín, A., y Pinto, J. (2017). Avances de Investigación sobre Alfabetización Estadística. *Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa AC*, vol 2, 414-424.
- Sabbag, A. (2016). *Examining the relationship between statistical literacy and statistical reasoning* (Doctoral). University of Minnesota, USA.
- Shamos, M. (2005). *The Myth of Scientific Literacy*. New Brunswick, New Jersey: Rutgers University Press.
- Wallman, K. K. (1993). Enhancing statistical literacy: Enriching our society. *Journal of the American Statistical Association*, 88(421), 1-8.
- Walshaw, M. (2007). *Working with Foucault in education*. Rotterdam. The Netherlands: Sense Publishing.
- Watson, J. (1997). Assessing statistical literacy through the use of media surveys. *The assessment challenge in statistics education*, 107-121.
- Wild, C. (2017). Statistical Literacy as the Earth Moves. *Statistics Education Research Journal*, 16(1), 31-37.
- Ziegler, L. (2014). *Reconceptualizing statistical literacy: Developing an assessment for the modern introductory statistics course* (doctoral dissertation). University of Minnesota, Minnesota, USA.

ISBN 978-987-3941-67-2



9 789873 941672